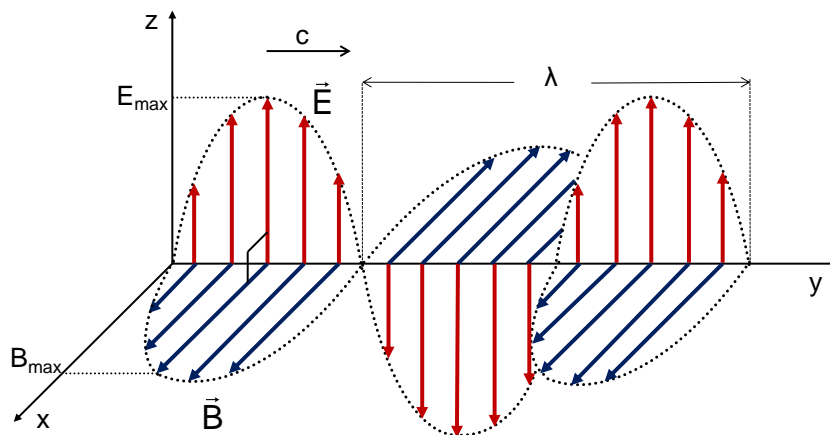


ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΚΥΜΑΤΙΚΗ – ΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΗ ΦΥΣΗ ΤΗΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ

Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία έχει διπλή φύση.

Κυματική Φύση: Σύμφωνα με την ηλεκτρομαγνητική θεωρία, η οποία διατυπώθηκε από τον James Clerk Maxwell (τέλη 19^{ου} αιώνα), η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία είναι εγκάρσια ηλεκτρομαγνητικά κύματα τα οποία ξεκινούν από μια πηγή π.χ. ένα ταλαντούμενο ηλεκτρικό δίπολο και διαδίδονται προς όλες τις διευθύνσεις με την ταχύτητα του φωτός c ($c=3 \cdot 10^8 \text{m/s}$ στο κενό). Συνεπώς η διάδοση του φωτός θα περιγράφεται μαθηματικά από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής, η οποία συνδέει την ταχύτητα του κύματος c με την συχνότητα f και το μήκος κύματος λ , ως εξής:



$$\boxed{c = \lambda \cdot f} \quad \text{Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής} \quad (1)$$

Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι ένα κύμα το οποίο διαδίδει στον χώρο ένα χρονικά μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό $\vec{E} = E_{\max} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ και ένα χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο

$\vec{B} = B_{\max} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$. Τα διανύσματα των εντάσεων \vec{E} και \vec{B} των δύο πεδίων είναι, κάθε

χρονική στιγμή, κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος, ενώ βρίσκονται διαρκώς σε φάση σε μεγάλη απόσταση από την πηγή (παίρνουν ταυτόχρονα την μέγιστη ή την ελάχιστη τιμή τους).

Επιπλέον το ηλεκτρομαγνητικό κύμα, όπως και κάθε κύμα, μεταφέρει ενέργεια από το σημείο εκπομπής του προς τα σημεία του χώρου από τα οποία διέρχεται. Η ενέργεια αυτή ονομάζεται **ηλεκτρομαγνητική ενέργεια**.

- Κάθε χρονική στιγμή ο λόγος των μέτρων των εντάσεων του ηλεκτρικού πεδίου E προς το μαγνητικό πεδίο B είναι ίσος με την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων.

$$\boxed{\frac{E}{B} = c}$$

- Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα παράγονται από κινούμενα ηλεκτρικά φορτία των οποίων η κίνηση είναι γενικά μεταβαλλόμενη (π.χ. ταλάντωση, ομαλά επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη κ.ά.). Κύριο χαρακτηριστικό των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων είναι ότι για την διάδοσή τους δεν είναι απαραίτητη η ύπαρξη ελαστικού μέσου. Διαδίδονται συνεπώς και στο κενό με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα του φωτός $c=3 \cdot 10^8 \text{m/s}$.

- Η ταχύτητα του φωτός στο κενό (ή στον αέρα) είναι παγκόσμια σταθερά** και δεν εξαρτάται από κανένα παράγοντα. Αυτό σημαίνει ότι αν για κάποιο λόγο η συχνότητα ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος αυξηθεί τότε το μήκος κύματος θα μειωθεί ώστε η ταχύτητα να μείνει σταθερή. Συνδέεται με τις δύο σταθερές του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \text{ διηλεκτρική σταθερά του κενού και } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \text{ μαγνητική}$$

διαπερατότητα του κενού ως εξής:
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}$$

Σωματιδιακή Φύση: Σύμφωνα με την θεωρία των κβάντα, η οποία διατυπώθηκε από τον Max Planck, η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία εκπέμπεται, απορροφάται και διαδίδεται **ασυνεχώς**. Αυτό σημαίνει ότι η ενέργεια μεταδίδεται μέσω ελαχίστων στοιχειωδών ποσοτήτων (πακέτων) οι οποίες ονομάζονται **κβάντα του φωτός** ή **φωτόνια**.

Το κάθε κβάντο της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας έχει ενέργεια η οποία δίνεται από την σχέση:

$$E = h \cdot f \tag{2}$$

Όπου $h=6,63 \cdot 10^{-34} \text{Js}$, η **σταθερά του Planck** και f η συχνότητα της ακτινοβολίας.

Από το παραπάνω παρατηρούμε ότι το φωτόνιο έχει και κυματικές ιδιότητες αφού η ενέργειά του εξαρτάται άμεσα από την συχνότητά του, ένα κατεξοχήν κυματικό φυσικό μέγεθος.

Συνεπώς η ολική ηλεκτρομαγνητική ενέργεια θα αλληλεπιδρά με την ύλη (και θα διαδίδεται) ως ακέραιο πολλαπλάσιο n των κβάντων που τη «μεταφέρουν», δηλαδή είναι **κβαντισμένη** ποσότητα, οπότε:

$$E_{\text{ολική}} = n \cdot h \cdot f, \quad n=0,1,2,3,\dots \text{ αέριοις} \tag{3}$$

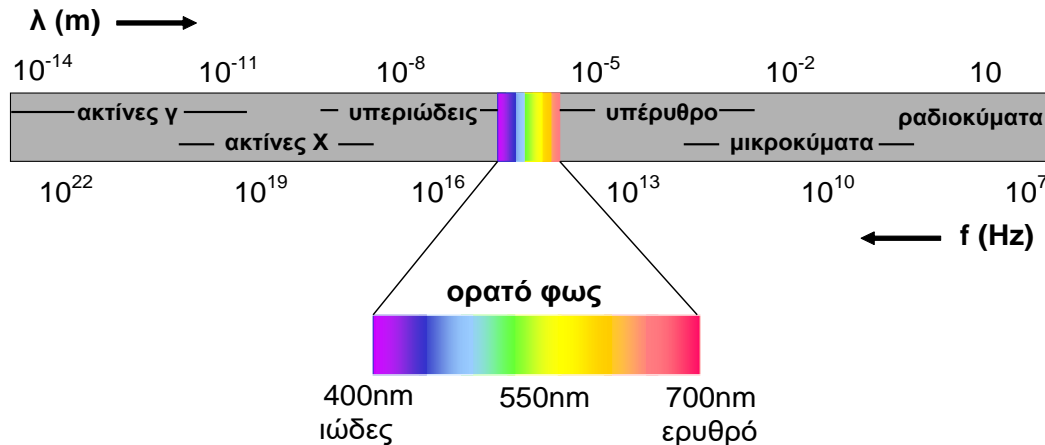
Το φωτόνιο συμπεριφέρεται ως σωματίδιο (δεν έχει όμως σχήμα, μάζα, χρώμα, διαστάσεις κ.τ.λ.) το οποίο στο κενό κινείται με την ταχύτητα του φωτός.

ΦΑΣΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα παράγονται από μεγάλο πλήθος φαινομένων. Τέτοια φαινόμενα είναι η μεταβαλλόμενη κίνηση (π.χ. ταλάντωση, ομαλά επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη) ηλεκτρικών φορτίων, η αποδιέγερση ατόμων και πυρήνων κ.ά. Συνεπώς η συχνότητα (και το μήκος κύματος) των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων καλύπτει μια μεγάλη περιοχή τιμών η οποία ονομάζεται **φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας**.

Το φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας καλύπτει μια ευρεία περιοχή μηκών κύματος από 10^{-14}m έως 10m και μια αντίστοιχη περιοχή συχνοτήτων από 10^{22}Hz έως 10^7Hz . Το φάσμα της ορατής ακτινοβολίας αντιπροσωπεύει μια πολύ μικρή περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος με μήκη κύματος από 400nm - 700nm .

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΦΑΣΜΑ



Το φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας αποτελείται από:

- Τα **ραδιοκύματα** τα οποία έχουν μήκος κύματος από μερικά εκατοστά έως 10^5m και παράγονται από ηλεκτρονικά κυκλώματα (κύκλωμα L-C). Χρησιμοποιούνται στην ραδιοφωνία και τηλεόραση.
- Τα **μικροκύματα** τα οποία έχουν μήκος κύματος από 1mm έως 30cm και παράγονται από ηλεκτρονικά κυκλώματα. Χρησιμοποιούνται στα ραντάρ και στους φούρνους μικροκυμάτων.
- Η **υπέριυθη ακτινοβολία** η οποία έχει μήκος κύματος από 1mm έως $7 \cdot 10^{-7} \text{m}$ και εκπέμπεται από θερμά στερεά σώματα ενώ απορροφάται από τα περισσότερα υλικά.
- Το **ορατό φως** το οποίο έχει μήκος κύματος από 400nm (ιώδες) έως 700nm (ερυθρό) και παράγεται κατά την αποδιέγερση των ατόμων, είναι δε η μόνη ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία η οποία γίνεται αντιληπτή από τον ανθρώπινο οφθαλμό. Κάθε υποπεριοχή του ορατού

φάσματος προκαλεί στον άνθρωπο την αίσθηση κάποιου χρώματος. Μια ακτινοβολία που χαρακτηρίζεται από συγκεκριμένη τιμή μήκους κύματος (στην πραγματικότητα περιέχει μήκη κύματος σε πολύ στενή περιοχή) ονομάζεται **μονοχρωματική**.

- **Η υπεριώδης ακτινοβολία** η οποία έχει μήκος κύματος από $6 \cdot 10^{-8} \text{m}$ έως $3,8 \cdot 10^{-7} \text{m}$ και εκπέμπεται κατά την αποδιέγερση ατόμων. Ισχυρή πηγή υπεριώδους ακτινοβολίας είναι και ο ήλιος. Οι υπεριώδης ακτινοβολίες είναι υπεύθυνες για το μαύρισμα. Επειδή όμως είναι ακτινοβολίες υψηλής ενέργειας είναι βλαβερές για τους όλων των ειδών μορφής ζωής στην γη.
- **Οι ακτίνες X (ή ακτίνες Rontgen)** οι οποίες έχουν μήκος κύματος από 10^{-13}m έως 10^{-8}m και παράγονται από την επιβράδυνση ταχέως κινούμενων ηλεκτρονίων. Χρησιμοποιούνται στην ιατρική και στην μελέτη των κρυσταλλικών δομών των στερεών. Είναι αρκετά βλαβερές για τους ζωντανούς οργανισμούς.
- **Ακτίνες γ** οι οποίες έχουν μήκη κύματος από 10^{-10}m έως 10^{-14}m και εκπέμπονται κατά την αποδιέγερση πυρηνικών συστημάτων όπως και σε πυρηνικές αντιδράσεις (εκρήξεις πυρηνικών βομβών, εκρήξεις αστέρων κ.ά.). Είναι ακτινοβολίες πολύ υψηλής ενέργειας και συνεπώς είναι πολύ βλαβερές για τους ζωντανούς οργανισμούς.

1. ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ ΜΕΛΑΝΟΣ ΣΩΜΑΤΟΣ

Η φασματική ανάλυση της ακτινοβολίας (δηλαδή η κατανομή της έντασης της ακτινοβολίας για κάθε μήκος κύματος) που εκπέμπουν τα σώματα (στερεά ή υγρά) σε συγκεκριμένη θερμοκρασία έχει αποδειχθεί πειραματικά ότι είναι ανεξάρτητη του υλικού από το οποίο αποτελείται το σώμα ενώ εξαρτάται από την απόλυτη θερμοκρασία στην οποία βρίσκεται το σώμα.

Η μελέτη αυτής της ακτινοβολίας σε θεωρητικό επίπεδο πραγματοποιείται όταν θεωρήσουμε το σώμα να έχει τη συμπεριφορά ενός **μέλανος - μαύρου σώματος**. Το μέλαν σώμα έχει την ικανότητα να απορροφά όλες τις ακτινοβολίες, οι οποίες αφού αλληλεπιδράσουν με το υλικό του σώματος, επανεκπέμπονται ως **θερμική ακτινοβολία** του μέλανος σώματος. Η κατανομή της έντασης ανά μονάδα μήκους κύματος ($\Delta I/\Delta \lambda$) της ακτινοβολίας σε συνάρτηση με το μήκος κύματος (λ) για διάφορες θερμοκρασίες φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Είναι φανερό ότι όσο η απόλυτη θερμοκρασία του σώματος αυξάνεται, τόσο

το μήκος κύματος στο οποίο παρατηρείται η μέγιστη ένταση (λ_{\max}) ελαττώνεται (ή αντίστοιχα η συχνότητα αυξάνεται). Αυτό περιγράφεται από τον **νόμο μετατόπισης του Wien**:

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{σταθερό} \approx 0,3 \text{ (cm} \cdot \text{K)} \quad \text{όταν } \lambda \rightarrow \text{(cm)} \quad (1.1)$$

Η συνολική ένταση της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας I , που υπολογίζεται από το εμβαδόν του χώρου μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα των λ (σε m), αποδεικνύεται ότι είναι ανάλογη της τέταρτης δύναμης της απόλυτης θερμοκρασίας (νόμος Stefan-Boltzmann):

$$I = \sigma \cdot T^4 \quad (1.2)$$

όπου $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ η σταθερά Stefan-Boltzmann.

Η προσπάθεια εξήγησης της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος ως ηλεκτρομαγνητικό κύμα απέτυχε. Ο Max Planck κατάφερε να εξηγήσει την παραπάνω κατανομή θεωρώντας ότι τα άτομα του σώματος συμπεριφέρονται ως μικροί «κβαντικοί» ταλαντωτές και εκπέμπουν-απορροφούν την ενέργεια, για κάθε συχνότητα f , ασυνεχώς υπό τη μορφή «πακέτων»-κβάντων ενέργειας.

$$E_{\varphi} = h \cdot f$$

Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι και η ενέργεια των ταλαντωτών είναι κβαντισμένη δηλαδή λαμβάνει διακριτές τιμές.

$$E = n \cdot hf \quad \text{με} \quad n=1,2,3,\dots \text{ θετικός ακέραιος} \quad (1.3)$$

Η συνάρτηση που περιγράφει την κατανομή της έντασης ανά μήκος κύματος ($\Delta I/\Delta \lambda$) της ακτινοβολίας, η οποία ονομάζεται και **αφεικτική ικανότητα $J(\lambda, T)$** , για κάθε μήκος κύματος, προτάθηκε από τον Planck το 1900 και έχει τη μορφή:

$$\frac{\Delta I}{\Delta \lambda} = J(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (1.4)$$

όπου:

$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ η σταθερά Planck

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ η ταχύτητα του φωτός στο κενό

$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ η σταθερά του Boltzmann

$I = \frac{\Delta W}{\Delta S \cdot \Delta t}$ είναι η ένταση της ακτινοβολίας που ορίζεται ως ενέργεια ΔW ανά μονάδα επιφάνειας ΔS και ανά μονάδα χρόνου Δt ($\text{Jm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ή Wm^{-2})

Στις περιπτώσεις όπου έχουμε δύο μέλανα σώματα σε διαφορετικές θερμοκρασίες T_1 και T_2 , για τα μήκη κύματος $\lambda_{\max 1}$ και $\lambda_{\max 2}$, όπου παρατηρείται η μέγιστη ένταση της ακτινοβολίας θα ισχύει:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_{\max 1} \cdot T_1 = c \\ \lambda_{\max 2} \cdot T_2 = c \end{array} \right\} \Leftrightarrow \lambda_{\max 1} \cdot T_1 = \lambda_{\max 2} \cdot T_2$$

Παρατηρήσεις:

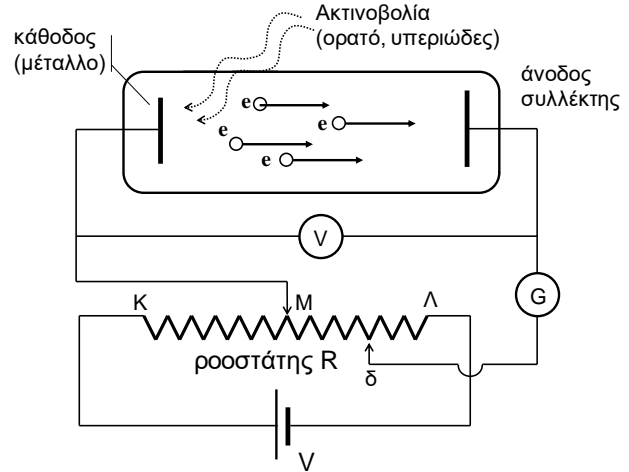
- Σε θερμοκρασίες περιβάλλοντος (~300K) ή και μεγαλύτερες π.χ. 2000K τα μήκη κύματος όπου παρατηρείται η μέγιστη ένταση της ακτινοβολίας ενός μέλανος σώματος βρίσκονται στο **φάσμα της υπέρυθρης ακτινοβολίας**, όπως φαίνεται και από το παραπάνω διάγραμμα. Συνεπώς η ακτινοβολία που εκπέμπουν τα σώματα σε αυτές τις θερμοκρασίες δεν είναι ορατή.
- Στην περίπτωση του Ήλιου, το μήκος κύματος όπου παρατηρείται η μέγιστη ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας και αντιστοιχεί στο κίτρινο φως είναι περίπου στα 500nm. Επομένως από το νόμο του Wien προκύπτει:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 0,29 \text{ cm} \cdot \text{K} \Leftrightarrow T = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \Leftrightarrow T = 5800 \text{ K}$$

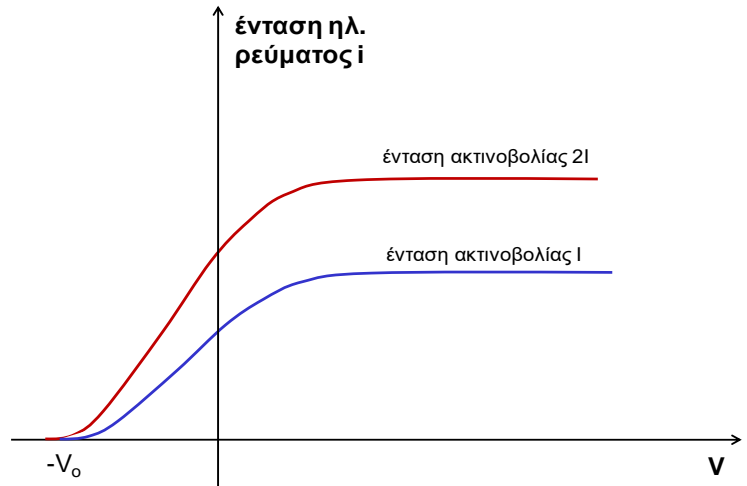
που είναι κατά προσέγγιση η θερμοκρασία επιφάνειας του Ήλιου. Αστέρες μεγαλύτερης μάζας από τον Ήλιο, έχουν μεγαλύτερη επιφανειακή θερμοκρασία π.χ. 30000K με αποτέλεσμα το μέγιστο της έντασης της ακτινοβολίας τους να αντιστοιχεί σε μήκη κύματος που ανήκουν στο κυανό χρώμα π.χ. ο Rigel στον αστερισμό του Ωρίωνα. Επίσης ένα σημαντικό τμήμα της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας τους αντιστοιχεί στο υπεριώδες τμήμα του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος.

2. ΦΩΤΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ

Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο είναι το φαινόμενο όπου παρατηρείται εκπομπή ηλεκτρονίων (φωτο-ηλεκτρόνια) από την επιφάνεια ενός μετάλλου π.χ. ψευδαργύρου, ασβεστίου όταν προσπέσει σε αυτό υπεριώδης ή ορατή ακτινοβολία. Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποίησε ο Millikan φαίνεται στο διπλανό σχήμα, όπου έχουμε συνδέσει μια πηγή, της οποίας έχουμε τη δυνατότητα να μεταβάλλουμε την τάση της, με έναν αερόκενο σωλήνα στον οποίο υπάρχουν στα άκρα του δύο μεταλλικά ηλεκτρόδια. Στο ένα άκρο είναι το μέταλλο που θα εκπέμψει τα ηλεκτρόνια και στο άλλο ο συλλέκτης που θα τα συλλέξει. Όταν στο μέταλλο προσπέσει μονοχρωματική ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (ακτινοβολία ενός μήκους κύματος) το γαλβανόμετρο θα καταγράψει ηλεκτρικό ρεύμα έντασης i που σχετίζεται με τα ηλεκτρόνια που εκπέμφθηκαν από το μέταλλο. Τα πειραματικά δεδομένα συνοψίζονται στα εξής:



- η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος είναι ανάλογη της έντασης της προσπίπτουσας ακτινοβολίας (διπλανό διάγραμμα)
- η κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων K_e είναι ανεξάρτητη της έντασης της προσπίπτουσας ακτινοβολίας
- η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων K_{max} εξαρτάται από τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας και το είδος του μετάλλου
- αν η συχνότητα της ακτινοβολίας ελαττωθεί κάτω από μια τιμή f_{min} τότε δεν παρατηρείται ηλεκτρικό ρεύμα



Η κλασική φυσική, θεωρώντας την ακτινοβολία ως ηλεκτρομαγνητικό κύμα, αδυνατεί να εξηγήσει τα τρία τελευταία πειραματικά δεδομένα.

Ο Albert Einstein το 1905 εξηγεί το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο με τη βοήθεια των κβάντων ενέργειας του Planck. Θεωρεί δηλαδή ότι το φως και γενικότερα η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία έχει σωματιδιακή συμπεριφορά όχι μόνο κατά την αλληλεπίδρασή της με την ύλη αλλά και κατά τη διάδοσή της. Το ελάχιστο σωματίδιο-κβάντο ενέργειας το ονόμασε **φωτόνιο** και έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

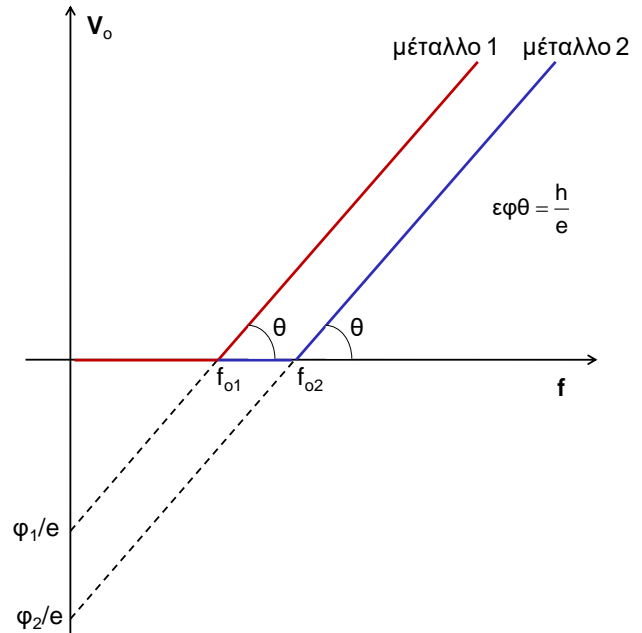
$$\text{ενέργεια: } E = h \cdot f \quad \text{ορμή: } p = \frac{h}{\lambda} \quad (2.1)$$

Συνεπώς όταν ένα φωτόνιο ενέργειας hf προσπέσει στη μεταλλική επιφάνεια, ένα μέρος της ενέργειάς του χρησιμοποιείται για την εξαγωγή του ηλεκτρονίου από το μέταλλο, που ονομάζεται έργο εξαγωγής ϕ , και το υπόλοιπο μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια K_e του ηλεκτρονίου. Το ηλεκτρόνιο στη συνέχεια μπορεί να αλληλεπιδράσει με άλλα άτομα ή ηλεκτρόνια και να χάσει ενέργεια, οπότε η κινητική ενέργεια που αποκτά μετά την αλληλεπίδρασή του με το φωτόνιο είναι και η μέγιστη K_{max} . Η εξίσωση που περιγράφει τα παραπάνω ονομάζεται **φωτοηλεκτρική εξίσωση** και αποτελεί μια διαφορετική διατύπωση της αρχής διατήρησης της ενέργειας:

$$E_{\text{φωτονίου}} = \phi + K_e \rightarrow K_{max} = h \cdot f - \phi \quad \text{φωτοηλεκτρική εξίσωση} \quad (2.2)$$

Από την παραπάνω σχέση εξάγονται τα εξής:

- ❖ αν η ενέργεια των φωτονίων είναι μικρότερη από το έργο εξαγωγής ϕ δηλαδή η συχνότητα των φωτονίων είναι μικρότερη από μια τιμή $f < f_o = \frac{\phi}{h}$ (**συχνότητα κατωφλίου**) τότε δεν εξάγονται φωτοηλεκτρόνια, ανεξαρτήτως της έντασης της ακτινοβολίας.
- ❖ η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων είναι γραμμική συνάρτηση της συχνότητας της ακτινοβολίας με κλίση ίση με τη σταθερά του Planck h .



Πειραματικά η σταθερά h υπολογίζεται με τη βοήθεια της παραπάνω πειραματικής διάταξης ως εξής:

όταν ο δρομέας δ βρίσκεται στη θέση που φαίνεται στο σχήμα τότε ο συλλέκτης-άνοδος βρίσκεται σε χαμηλότερο δυναμικό από την κάθοδο με αποτέλεσμα να προκαλείται επιβράδυνση των φωτοηλεκτρονίων. Για δεδομένη τιμή της τάσης V_o , **τάση αποκοπής**, τα φωτοηλεκτρόνια φτάνουν οριακά (με μηδενική ταχύτητα) στον συλλέκτη με αποτέλεσμα το ρεύμα να μηδενιστεί. Όμως από το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση των φωτοηλεκτρονίων, από το μέταλλο στο συλλέκτη, θα έχουμε:

$$K_{\text{τελική}} - K_{\text{αρχική}} = W \xrightarrow{K_{\text{αρχική}}=K_{\text{max}}} -K_{\text{max}} = -|e| \cdot V_o \Leftrightarrow K_{\text{max}} = |e| \cdot V_o \quad (2.3)$$

Συνεπώς η σχέση (2.2) με τη βοήθεια της (2.3) γίνεται: $|e| \cdot V_o = h \cdot f - \phi \Leftrightarrow V_o = \frac{h}{|e|} \cdot f - \frac{\phi}{|e|} \quad (2.4)$

Η σχέση (2.4) είναι επίσης γραμμική με κλίση $h/|e|$ όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Διαφορετικά μέταλλα θα έχουν διαφορετικό έργο εξαγωγής ($\phi_1 \neq \phi_2$) όμως η κλίση της γραφικής παράστασης είναι η ίδια ($h/|e|$). Θεωρούμε ως e την απόλυτη τιμή του φορτίου του ηλεκτρονίου.

Στην περίπτωση που ο δρομέας δ βρεθεί αριστερά του σημείου M τότε η κάθοδος θα βρεθεί σε αρνητικό δυναμικό και η άνοδος σε θετικό με αποτέλεσμα τα ηλεκτρόνια να επιταχύνονται προς την άνοδο. Στην περίπτωση αυτή από το ΘΜΚΕ έχουμε:

$$K_{\text{τελική}} - K_{\text{αρχική}} = W \xrightarrow{K_{\text{αρχική}}=K_{\text{max}}} K - K_{\text{max}} = |e|V$$

με $K > K_{\text{max}}$. Επίσης από μια τιμή της τάσης και μετά η ένταση του ρεύματος που προκαλείται από τα φωτοηλεκτρόνια σταθεροποιείται (διάγραμμα $i=f(V)$) διότι σχεδόν όλα τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από την κάθοδο προς διάφορες κατευθύνσεις, λόγω του ηλεκτρικού πεδίου στο σωλήνα, καταλήγουν στην άνοδο (ενώ για μικρές ή μηδενική τάση δεν συμβαίνει αυτό).

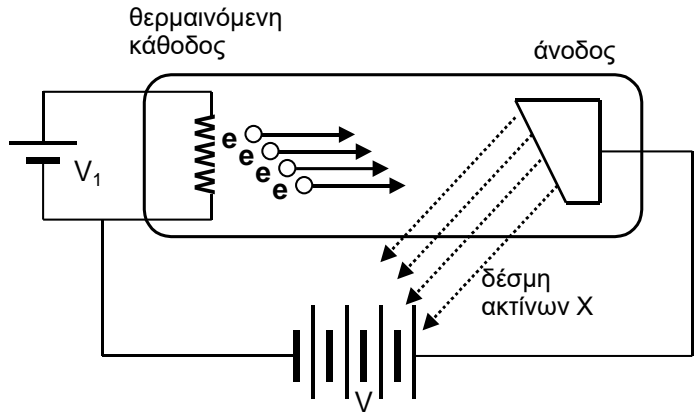
3. ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ COMPTON

Το φαινόμενο Compton αφορά τη σκέδαση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας υψηλής συχνότητας-μικρού μήκους κύματος (ακτίνες X) από τα ηλεκτρόνια ενός σώματος (ελεύθερα ή δέσμια) με αποτέλεσμα **το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης ακτινοβολία να αυξάνεται. Η αύξηση του μήκους κύματος εξαρτάται από τη γωνία σκέδασης του φωτονίου.**

Ως σκέδαση στον μικρόκοσμο θεωρούμε το αποτέλεσμα των ισχυρών αλληλεπιδράσεων που αναπτύσσονται μεταξύ δύο σωματίων χωρίς απαραίτητα αυτά να έρθουν σε επαφή μεταξύ τους, όπως γίνεται σε μια κλασική περίπτωση κρούσης στο μακρόκοσμο.

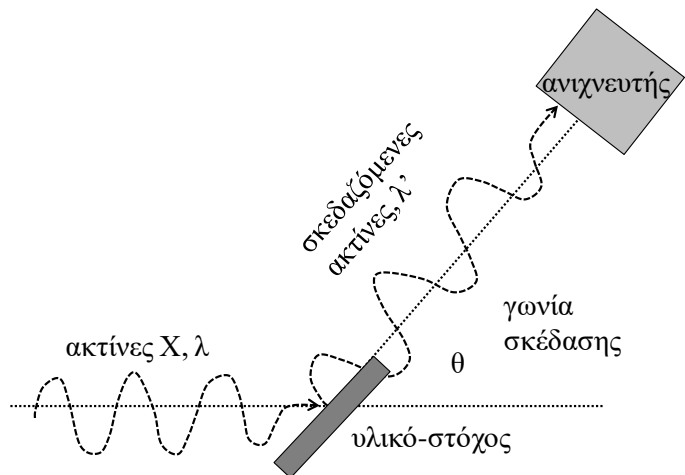
Οι ακτίνες X ανακαλύφθηκαν στα τέλη του 19^{ου} αιώνα από τον Γερμανό φυσικό Roentgen. Οι ακτίνες X είναι ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία υψηλής συχνότητας (συνεπώς και υψηλής ενέργειας) με μήκη κύματος πολύ μικρότερα από τα μήκη κύματος της ορατής ακτινοβολίας.

Οι ακτίνες X παράγονται όταν ταχύως κινούμενα ηλεκτρόνια, τα οποία έχουν επιταχυνθεί μέσω υψηλής τάσης, προσπίπτουν πάνω σε ακίνητο μεταλλικό στόχο. Η συσκευή με την οποία ο Roentgen παρήγαγε ακτίνες X, φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



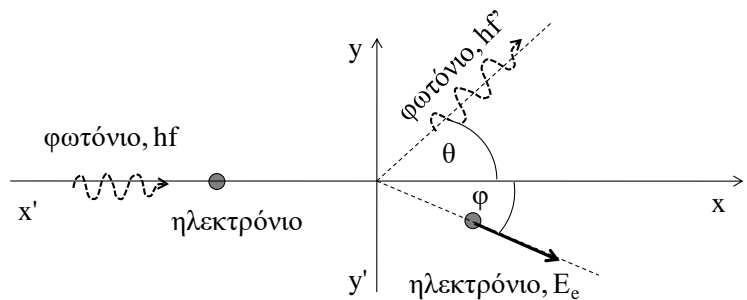
Η διάταξη αποτελείται από ένα σωλήνα κενού (σχήμα με έντονο περίγραμμα) στο αριστερό άκρο του οποίου υπάρχει μια θερμαινόμενη κάθοδος. Η κάθοδος ουσιαστικά είναι μια μεταλλική αντίσταση η οποία θερμαίνεται λόγω του ρεύματος που την διαρρέει, το οποίο παράγεται από την τάση V_1 . Από την μεταλλική κάθοδο αποσπώνται ηλεκτρόνια e , τα οποία επιταχύνονται προς τα δεξιά από την υψηλή τάση που παράγει η πηγή V , προς την άνοδο. Τα e προσπίπτουν στην μεταλλική άνοδο με μεγάλη ταχύτητα και επιβραδύνονται απότομα, ενώ ταυτόχρονα από την άνοδο εκπέμπονται φωτόνια υψηλής ενέργειας, τα οποία και ονομάζουμε ακτίνες X. Το κενό στο σωλήνα βοηθά στην ελαχιστοποίηση των κρούσεων των e με τα μόρια του αέρα.

Στην περίπτωση του φαινομένου Compton η πειραματική διάταξη φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Θεωρούμε ότι η προσπίπτουσα καθώς και η σκεδαζόμενη ακτινοβολία αποτελείται από φωτόνια, οπότε το όλο φαινόμενο αφορά τη σκέδαση ενός φωτονίου με ένα ακίνητο ηλεκτρόνιο του στόχου. Επομένως η μεταβολή του μήκους κύματος των ακτίνων σε σχέση με τη γωνία σκέδασης θ μπορεί να υπολογιστεί εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας και την Αρχή Διατήρησης της Ορμής.



Για την ενέργεια του φωτονίου πριν και μετά την σκέδαση θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$\left. \begin{aligned} E_\varphi &= hf \\ \text{και} \\ p &= \frac{h}{\lambda} \rightarrow h = p \cdot \lambda \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow E_\varphi = p \cdot \lambda \cdot f \xrightarrow{\lambda f = c} E_\varphi = p \cdot c \quad (3.1)$$



Αν το ηλεκτρόνιο αρχικά είναι ακίνητο τότε εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την σκέδαση θα ισχύει:

$$E_{\text{αρχ}} = E_{\text{τελ}} \Leftrightarrow E_{\varphi, \text{αρχ}} = E_{\varphi, \text{τελ}} + K_e \quad (3.2)$$

Για την ενέργεια του ηλεκτρονίου θα χρησιμοποιήσουμε σχέση από την Ε.Θ.Σ. (Ειδική Θεωρία Σχετικότητας):

$$E_e = \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4} \quad (3.3)$$

Επομένως:

$$\text{Α.Δ.Ε.} \quad E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\epsilon\lambda} \rightarrow E_\phi + E_e = E'_\phi + E'_e \Leftrightarrow p_\phi c + mc^2 = p'_\phi c + \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4} \Leftrightarrow$$

$$p_\phi + mc = p'_\phi + \sqrt{p_e^2 + m^2 c^2} \Leftrightarrow p_e^2 = (p_\phi + mc - p'_\phi)^2 - m^2 c^2 \quad (3.4)$$

$$\text{Α.Δ.Ο. άξονας } x': \quad p_\phi = p'_\phi \cos\theta + p_e \sin\phi \Leftrightarrow p_e \sin\phi = p_\phi - p'_\phi \cos\theta \quad (3.5)$$

$$\text{Α.Δ.Ο. άξονας } y': \quad 0 = p'_\phi \eta\mu\theta - p_e \eta\mu\phi \Leftrightarrow p_e \eta\mu\phi = p'_\phi \eta\mu\theta \quad (3.6)$$

Υψώνοντας στο τετράγωνο τις (3.5) και (3.6) και προσθέτοντας κατά μέλη:

$$p_e^2 \sin^2\phi + p_e^2 \eta\mu^2\phi = p_\phi^2 + p_\phi'^2 \sin^2\theta - 2p_\phi p'_\phi \sin\theta + p_\phi'^2 \eta\mu^2\theta \Leftrightarrow$$

$$p_e^2 = p_\phi^2 + p_\phi'^2 - 2p_\phi p'_\phi \sin\theta \quad (3.7)$$

$$\text{Από (3.4) και (3.7) έχουμε:} \quad (p_\phi + mc - p'_\phi)^2 - m^2 c^2 = p_\phi^2 + p_\phi'^2 - 2p_\phi p'_\phi \sin\theta \Leftrightarrow$$

$$p_\phi^2 + m^2 c^2 + p_\phi'^2 + 2p_\phi mc - 2p'_\phi mc - 2p_\phi p'_\phi - m^2 c^2 = p_\phi^2 + p_\phi'^2 - 2p_\phi p'_\phi \sin\theta \Leftrightarrow$$

$$2mc(p_\phi - p'_\phi) = 2p_\phi p'_\phi - 2p_\phi p'_\phi \sin\theta \xrightarrow[\substack{p_\phi = h/\lambda \\ p'_\phi = h/\lambda'}]{\substack{p_\phi = h/\lambda \\ p'_\phi = h/\lambda'}} \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{\lambda \lambda'} (1 - \sin\theta) \Leftrightarrow$$

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda \lambda'} = \frac{h}{\lambda \lambda'} (1 - \sin\theta) \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \sin\theta)}$$

Η ποσότητα $\frac{h}{mc} = \lambda_c \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2,5 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ ονομάζεται μήκος κύματος Compton. Από την τιμή του είναι φανερό ότι το φαινόμενο γίνεται αισθητό, δηλαδή έχουμε σχετικά **μεγάλη ποσοστιαία μεταβολή του μήκους κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας**, όταν αυτή βρίσκεται στην **περιοχή των ακτίνων Χ**. Αν τα μήκη κύματος των προσπιπτόντων φωτονίων είναι μεγάλα (π.χ. στο ορατό φως) η ενέργειά τους είναι μικρή και το αποτέλεσμα ποιοτικά είναι παρόμοιο με αυτό μιας ελαστικής κρούσης μικρής μάζας (φωτόνιο χαμηλής ενέργειας) με ακίνητο σώμα πολύ μεγάλης μάζας (ηλεκτρόνιο με ενέργεια ηρεμίας mc^2) όπου η μικρή μάζα-φωτόνιο ανακρούεται προς τα πίσω με ίσο μέτρο ορμής, άρα ελάχιστη μεταβολή στο μήκος κύματός τους. Αντίθετα όταν τα μήκη κύματος είναι μικρά τότε είναι σαν να έχουμε μια **μη κεντρική ελαστική κρούση** σωματίων μεγάλης μάζας πάνω σε ακίνητο σωματίο με σημαντική μεταβολή της ορμής τους άρα και του μήκους κύματός τους.

4. ΔΥΪΣΜΟΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ - ΥΠΟΘΕΣΗ DE BROGLIE

Κάθε σωματίδιο μικρόκοσμου μάζας m και ταχύτητας u συμπεριφέρεται και ως κύμα με μήκος κύματος που δίνεται από την σχέση:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

όπου $p = \mu v$ η ορμή του σωματιδίου. Η υπόθεση De Broglie έρχεται να συμπληρώσει την εικόνα του μικροκόσμου σύμφωνα με την οποία, όπως η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία σε κάποια φαινόμενα συμπεριφέρεται ως κύμα και σε κάποια άλλα ως σωματίδιο, έτσι και τα σωματίδια του μικρόκοσμου, σε κάποια φαινόμενα, εκδηλώνουν τον σωματιδιακό τους χαρακτήρα και σε άλλα τον κυματικό τους. Από την παραπάνω σχέση υπολογίζεται και η ορμή των φωτονίων:

$$p_{\varphi} = \frac{h}{\lambda} = \frac{hf}{c}$$

5. ΕΞΙΣΩΣΗ SCHRODINGER - ΚΥΜΑΤΟΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Η κυματική συμπεριφορά των σωματιδίων του μικρόκοσμου περιγράφεται από την κυματική (διαφορική) εξίσωση του Schrödinger. Σε μια διάσταση και για σωματίο υπό την επίδραση μιας συντηρητικής δύναμης η εξίσωση έχει τη μορφή:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \Psi(x) + V \cdot \Psi(x) = E \cdot \Psi(x)$$

Η λύση της κυματικής εξίσωσης είναι η **κυματοσυνάρτηση** Ψ , η οποία δεν έχει κάποια φυσική υπόσταση. Το $|\Psi|^2$ όμως αντιπροσωπεύει την πυκνότητα πιθανότητας εύρεσης του σωματιδίου, ενώ η τιμή $|\Psi|^2 \Delta V$ μας δίνει την πιθανότητα εύρεσης του σωματιδίου σε περιοχή όγκου ΔV . Επίσης θα πρέπει το άθροισμα των πιθανοτήτων σε όλο το χώρο V να είναι ίσο με τη μονάδα, δηλαδή:

$$\sum_V \Psi(x, t) \Delta V = 1$$

ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ HEISENBERG

Η αρχή της αβεβαιότητας διατυπώθηκε από τον Werner Heisenberg και είναι απόλυτα συμβατή με την κυματική συμπεριφορά των σωματιδίων. Η αβεβαιότητά μας για τη συμπεριφορά των φυσικών συστημάτων του μικρόκοσμου περιγράφεται μαθηματικά με τις εξής δύο ανισότητες:

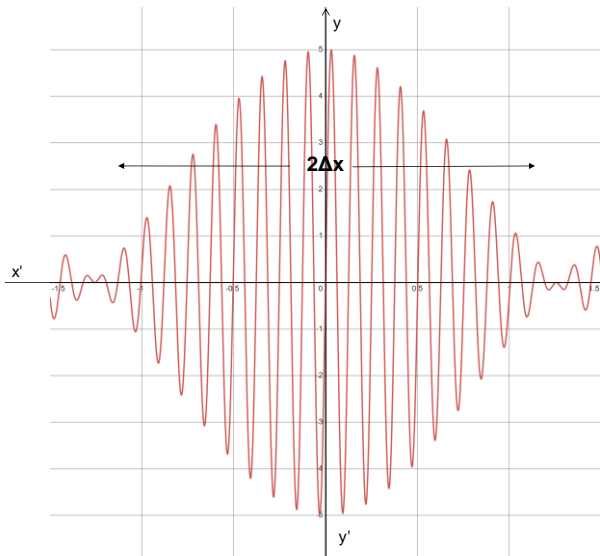
Αβεβαιότητα θέσης-ορμής: σύμφωνα με αυτήν είναι αδύνατος ο ταυτόχρονος προσδιορισμός με ακρίβεια της θέσης και της ορμής ενός υποατομικού σωματιδίου. Όσο μεγαλύτερη ακρίβεια έχουμε για τη θέση ενός σωματιδίου, τόσο μεγαλύτερη αβεβαιότητα θα έχουμε για την ορμή του και αντίστροφα. Μαθηματικά, η αβεβαιότητα της θέσης Δx και της ορμής Δp ενός σωματιδίου συνδέονται με την σχέση:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$$

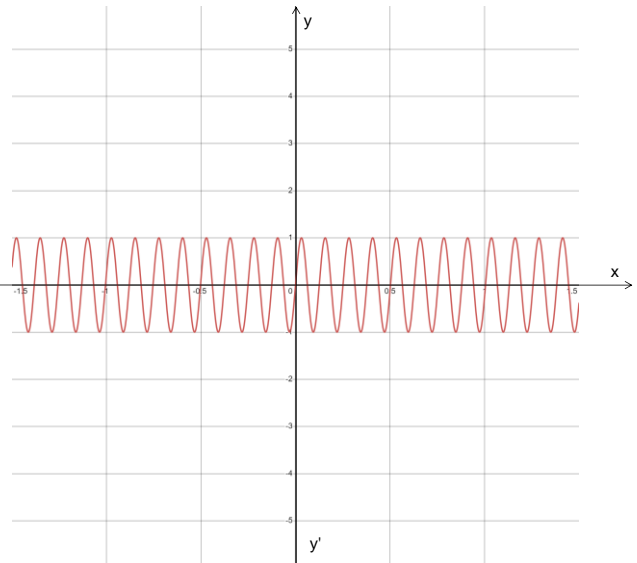
Η παραπάνω αβεβαιότητα αποτελεί χαρακτηριστική συμπεριφορά του μικρόκοσμου και όχι αδυναμία μας στην ακρίβεια της μέτρησης λόγω τεχνολογίας των μετρητικών οργάνων μας. Εφόσον τα σωματίδια εκδηλώνουν κυματική συμπεριφορά, αν η κυματοσυνάρτηση Ψ του σωματιδίου έχει τη μορφή του σχήματος 1, δηλαδή είναι εντοπισμένο στο χώρο με σχετικά μικρή αβεβαιότητα Δx , επειδή η κυματομορφή αυτή αποτελεί επαλληλία κυμάτων με διάφορα μήκη

κύματος, δηλαδή: $\Psi = \sum_{i=1}^N A_i \eta \left(\frac{2\pi x}{\lambda_i} \right)$, από τη σχέση $p_i = \frac{h}{\lambda_i}$ προκύπτει ότι θα έχουμε μεγάλη αβεβαιότητα στην ορμή.

Αντίθετα, αν η κυματοσυνάρτηση του σωματιδίου περιγράφεται από το σχήμα 2, δηλαδή είναι της μορφής: $\Psi = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ με καθορισμένη ορμή $p = \frac{h}{\lambda}$, τότε όπως φαίνεται στο σχήμα το σωματίδιο έχει πιθανότητα να βρεθεί παντού στο χώρο, άρα μεγάλη αβεβαιότητα στη θέση.



Σχήμα 1



Σχήμα 2

Αβεβαιότητα ενέργειας-χρόνου: σύμφωνα με αυτήν η αβεβαιότητα στην μέτρηση της ενέργειας ΔE ενός σωματιδίου σχετίζεται με το χρονικό διάστημα Δt στο οποίο το σωματίδιο έχει μια τιμή ενέργειας:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$$

Πρακτικά αυτή η σχέση σημαίνει ότι για ένα σωματίδιο του οποίου η ενέργεια είναι σταθερή ($\Delta E \rightarrow 0$), το χρονικό διάστημα στο οποίο καταγράφεται η ενέργεια αυτή είναι άπειρο ($\Delta t \rightarrow \infty$). Αντίθετα αν ένα σωματίδιο μένει σε μια κατάσταση για πολύ μικρό χρονικό διάστημα ($\Delta t \rightarrow 0$), η αβεβαιότητα στην ενέργειά του είναι μεγάλη. Στην περίπτωση της διέγερσης ενός ηλεκτρονίου όπου ο χρόνος που αυτό μένει στην διεγερμένη κατάσταση είναι της τάξης $\Delta t \approx 10^{-8}$ s, η ενέργεια της

διεγερμένης στάθμης έχει μια αβεβαιότητα της τάξης $\Delta E \geq \frac{\hbar}{2 \cdot 10^{-8}} \text{ J}$. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η ενέργεια του φωτονίου να μην είναι απόλυτα καθορισμένη και κατ'επέκταση η συχνότητά του να έχει ένα εύρος τιμών το οποίο προκαλεί μια μικρή διαπλάτυνση της αντίστοιχης φασματικής γραμμής.

Ερωτήσεις

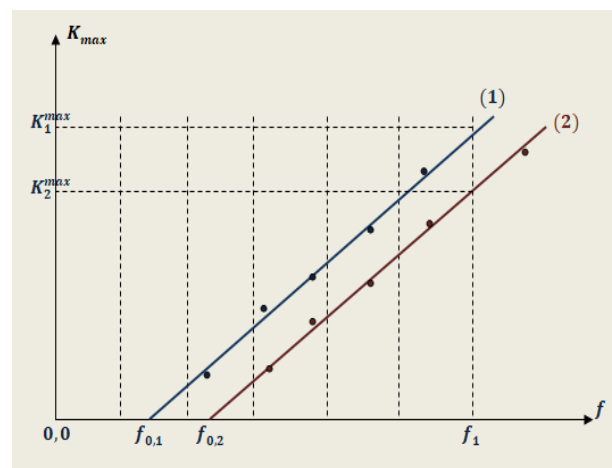
Δίνονται οι σταθερές: $c=3 \cdot 10^8 \text{m/s}$, $h=6,63 \cdot 10^{-34} \text{Js}$, $m_e=9,1 \cdot 10^{-31} \text{Kg}$, $1\text{eV}=1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}$.

- Το φάσμα μιας κοιλότητας βολφραμίου έχει μεγαλύτερη λαμπρότητα στο ιώδες, ενώ μιας κοιλότητας χαλκού έχει μεγαλύτερη λαμπρότητα στο ερυθρό. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος.
 - Ο χαλκός έχει υψηλότερη θερμοκρασία από το βολφράμιο.
 - Ο χαλκός έχει την ίδια θερμοκρασία με το βολφράμιο και απλώς επειδή είναι μέταλλο κοκκινωπό το φάσμα του είναι λαμπρότερο στο ερυθρό.
 - Η χάλκινη κοιλότητα εκπέμπει μικρότερη ισχύ από αυτήν του βολφραμίου.

- Ένα μέλαν σώμα που έχει απόλυτη θερμοκρασία $T_1 = 1450 \text{K}$ εκπέμπει το μέγιστο της ακτινοβολίας του στην περιοχή του υπέρυθρου Η/Μ φάσματος, σε μήκος κύματος «αιχμής» $\lambda_{1\text{max}} = 2000 \text{nm}$. Ένας τρόπος υπολογισμού της επιφανειακής θερμοκρασίας του Ηλίου είναι να θεωρηθεί ως μέλαν σώμα. Ο Ήλιος εκπέμπει το μέγιστο της ακτινοβολίας του στο ορατό φάσμα, σε μήκος κύματος $\lambda_{2\text{max}} = 500 \text{nm}$. Αυτό το μήκος κύματος αντιστοιχεί στο μέγιστο της ευαισθησίας του ανθρώπινου ματιού (κυανοπράσινο φως)! Σύμφωνα με αυτά τα δεδομένα η απόλυτη θερμοκρασία της επιφάνειας του Ηλίου είναι
(α) 2900K (β) 5800K (γ) 11600K
Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση. Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- Στη φερώνυμη σκέδαση, κατά την πρόπτωση ακτινών X πάνω σε μια υλική επιφάνεια, η έκφραση του μήκους κύματος Compton λ_c είναι $\lambda_c = \frac{h}{m \cdot c}$, όπου h η σταθερά Planck, m η μάζα του ηλεκτρονίου και c η ταχύτητα του φωτός. Μία δέσμη φωτονίων ακτίνων X ενέργειας E , σκεδαζείται από ηλεκτρόνια ενός στόχου άνθρακα. Η σκεδαζόμενη δέσμη φωτονίων, που ανιχνεύεται στις 90° σε σχέση με την αρχική κατεύθυνση της δέσμης, έχει φωτόνια με ενέργεια E' , που είναι ίση με το 90% της ενέργειας των φωτονίων της αρχικής δέσμης. Αν το αρχικό μήκος κύματος της δέσμης είναι λ , τότε η σχέση του με το μήκος κύματος Compton είναι:
(α) $\lambda = 9 \cdot \lambda_c$, (β) $\lambda = 0,9 \cdot \lambda_c$, (γ) $\lambda = \frac{10}{9} \cdot \lambda_c$.
Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση. Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- Στο διπλανό σχήμα, απεικονίζονται σε κοινό διάγραμμα, οι γραφικές παραστάσεις μέγιστης κινητικής ενέργειας εξερχόμενων ηλεκτρονίων, σε συνάρτηση με τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, για δύο διαφορετικά πειράματα φωτοηλεκτρικού φαινομένου που πραγματοποιήθηκαν με δύο λυχνίες οι οποίες έχουν διαφορετικό μέταλλο καθόδου. Πειραματικά προσδιορίσαμε ότι για τις συχνότητες κατωφλίου των δύο λυχνιών ισχύει η σχέση $f_{0,2} = 1,5 \cdot f_{0,1}$. Για μια συχνότητα f_1 μεγαλύτερη και από τις δύο συχνότητες κατωφλίου, ίδια και στα δύο πειράματα, οι μέγιστες κινητικές ενέργειες ηλεκτρονίων είναι $K_1^{\text{max}}, K_2^{\text{max}}$ αντίστοιχα.



Αν δίνεται ότι $f_1 = 4 \cdot f_{0,1}$, τότε ισχύει:

- $\frac{K_1^{\text{max}}}{K_2^{\text{max}}} = 1,2$,
- $\frac{K_1^{\text{max}}}{K_2^{\text{max}}} = 4$,
- $\frac{K_1^{\text{max}}}{K_2^{\text{max}}} = 1,5$

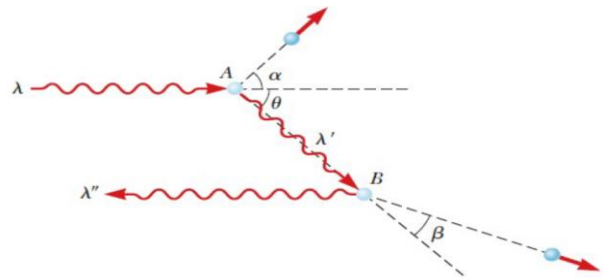
Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- Όταν φωτεινή ακτινοβολία προσπίπτει σε μεταλλική επιφάνεια, εκπέμπονται από αυτή φωτοηλεκτρόνια με κινητική ενέργεια K . Εάν η ενέργεια των φωτονίων της ακτινοβολίας που προσπίπτει στην ίδια μεταλλική επιφάνεια αυξηθεί κατά 25%, τότε η κινητική ενέργεια των

φωτοηλεκτρονίων που εκπέμπονται από αυτή αυξάνεται κατά 50%. Το έργο εξαγωγής ϕ , του μετάλλου αυτού είναι:

- (α) $\phi = K$, (β) $\phi = 2K$, (γ) $\phi = K/2$
 Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση. Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

6. Ένα φωτόνιο με μήκος κύματος λ σκεδάζεται από ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο στο σημείο Α, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Από αυτή την σκέδαση παράγεται ένα δεύτερο φωτόνιο με μήκος κύματος λ' . Στην συνέχεια το φωτόνιο αυτό σκεδάζεται από ένα άλλο ελεύθερο ηλεκτρόνιο στο Β και παράγεται ένα τρίτο φωτόνιο με μήκος κύματος λ'' , το οποίο κινείται σε ακριβώς αντίθετη κατεύθυνση από το αρχικό φωτόνιο. Αν δίνονται η σταθερά του Planck h , η μάζα του ηλεκτρονίου m και η ταχύτητα το φως στο κενό c , τότε η διαφορά $\Delta\lambda = \lambda'' - \lambda$ είναι

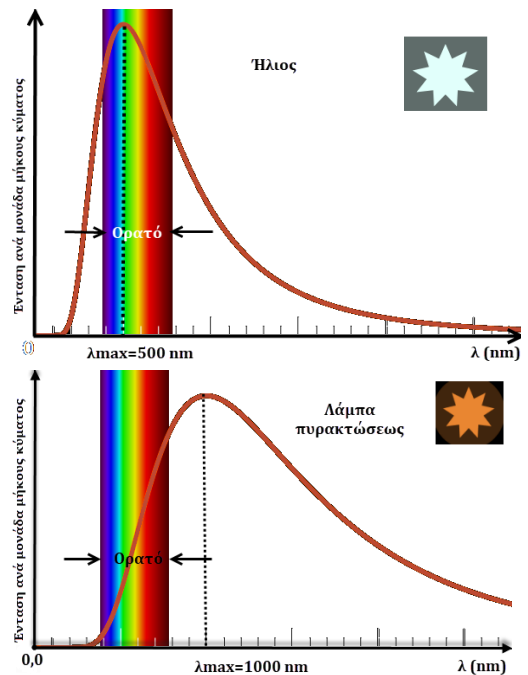


- (α) $\Delta\lambda = \frac{2h}{mc}$ (β) $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}$ (γ) $\Delta\lambda = 0$
 Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση. Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

7. Για τα όντα που ζουν στη Γη, θα μπορούσαμε να πούμε, ότι βλέπουν στην περιοχή μηκών κύματος του φωτός, η οποία σε γενικές γραμμές εκτείνεται από μήκος κύματος 400 nm (ιώδες), μέχρι μήκος κύματος 700 nm (ερυθρό), την περιοχή του “ορατού φως” για τους ανθρώπους. Σύμφωνα με τη θεωρία της εξέλιξης των ειδών του Δαρβίνου, στην περιοχή αυτή που προσαρμόστηκαν τα γήινα όντα, πρέπει να υπάρχει το “περισσότερο φως”. Πράγματι, η μέγιστη ένταση φως υπάρχει σε αυτή την περιοχή και είναι σε μήκος κύματος περίπου $\lambda_{max}^{Γης} = 500$ nm. Η θερμοκρασία στην επιφάνεια του Ήλιου είναι $T_H = 5800$ K. Σε ένα υποθετικό πλανήτη, άλλου ηλιακού συστήματος, υπάρχουν όντα και βλέπουν φως σε άλλη περιοχή μηκών κύματος, με την μέγιστη ένταση φως να αντιστοιχεί σε μήκος κύματος $\lambda_{max}^{Πλανήτη} = 290$ nm. Να υποθέσετε ότι για τη θερμική ακτινοβολία ενός άστρου, μπορείτε να εφαρμόσετε το νόμο μετατόπισης του Wien για το μέλαν σώμα. Η θερμοκρασία στην επιφάνεια του ήλιου, στο ηλιακό σύστημα του υποθετικού αυτού πλανήτη είναι:

- (α) $T_H' = 2900$, (β) $T_H' = 58000$ K , (γ) $T_H' = 10000$ K
 Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

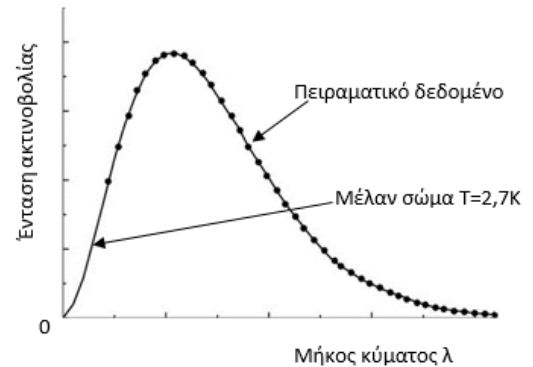
8. Στις εικόνες που ακολουθούν βλέπετε δύο διαγράμματα έντασης ακτινοβολίας ανά μονάδα μήκους κύματος, σε συνάρτηση με τα μήκη κύματος, οι οποίες προέκυψαν από πειραματικά δεδομένα. Στην πρώτη που αφορά τον Ήλιο φαίνεται ότι το μέγιστο της καμπύλης εμφανίζεται φυσικά σε μήκος κύματος ορατού φως και είναι $\lambda_{max}^{Ήλιου} = 500$ nm. Στη δεύτερη που αναφέρεται σε μια λάμπα πυρακτώσεως, το μέγιστο της καμπύλης βρίσκεται στην υπέρυθη περιοχή και σε μήκος κύματος $\lambda_{max}^{Λάμπας} = 1000$ nm. Να υποθέσετε ότι, για τη θερμική ακτινοβολία του Ήλιου αλλά και της λάμπας, μπορείτε να εφαρμόσετε το νόμο της μετατόπισης του Wien για το μέλαν σώμα. Επειδή γνωρίζουμε ότι η απόλυτη θερμοκρασία στην επιφάνεια του Ήλιου είναι $T_H = 5800$ K, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η θερμοκρασία στην επιφάνεια της πυρακτωμένου σύρματος στη λάμπα, είναι:



- (α) $T_A = 11600$ K (β) $T_A = 2900$ K (γ) $T_A = 1450$ K
 Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

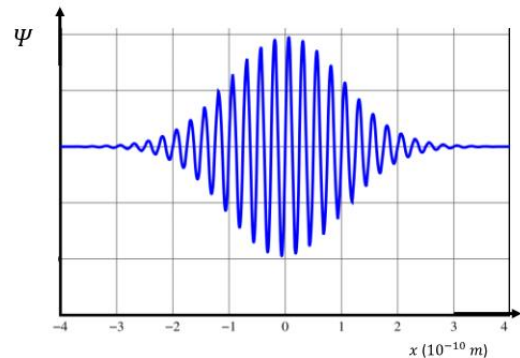
9. Ακτίνες X με μήκος κύματος $\lambda = 0,140 \text{ nm}$ προσπίπτουν σε άνθρακα και σκεδάζονται. Για ποια γωνία φ ανιχνεύονται φωτόνια σε σχέση με την προσπίπτουσα δέσμη και έχουμε τη μέγιστη μετατόπιση μήκους κύματος Compton;
 Δίνεται ότι : $\text{συν}0^\circ = 1, \text{συν}90^\circ = 0, \text{συν}180^\circ = -1$
 (α) 0° , (β) 90° , (γ) 180°
 Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση. Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

10. Η ακτινοβολία που παράχθηκε στην Μεγάλη Έκρηξη (Big Bang) ανακαλύφθηκε το 1965 από τους αστρονόμους Penzias και Wilson (Νόμπελ Φυσικής 1978). Έχει αποδειχτεί πως ακολουθεί την κατανομή ακτινοβολίας ενός μέλανος σώματος. Στο παρακάτω σχήμα τα σημεία απεικονίζουν πειραματικά δεδομένα και η συνεχής γραμμή την καμπύλη κατανομής ακτινοβολίας μέλανος σώματος. Ενώ αρχικά το σύμπαν ήταν υπέρθερμο και ελαχίστων διαστάσεων, λόγω διαστολής ψύχεται και η σημερινή απόλυτη θερμοκρασία αυτής της ακτινοβολίας, γνωστή ως μικροκυματική ακτινοβολία υποβάθρου, είναι περίπου $T = 2,7\text{K}$. Αν θεωρήσουμε ως δεδομένο ότι ένα μέλαν σώμα που έχει απόλυτη θερμοκρασία $T_1 = 1450\text{K}$ εκπέμπει το μέγιστο της ακτινοβολίας του στην περιοχή του υπέρυθρου Η/Μ φάσματος, σε μήκος κύματος «αιχμής» $\lambda_{1\text{max}} = 2000\text{nm}$, το μήκος κύματος λ_{max} όπου παρατηρούμε τη μέγιστη εκπομπή της μικροκυματικής ακτινοβολίας υποβάθρου είναι πιο κοντά στην τιμή:

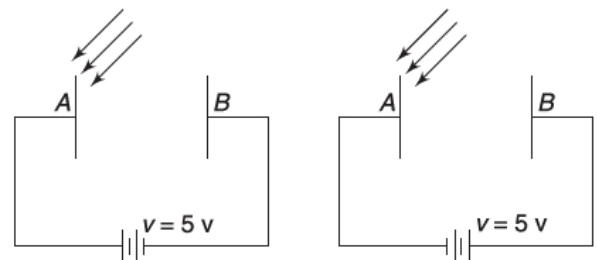


- (α) $\lambda_{\text{max}} \cong 1,1 \text{ mm}$ (β) $\lambda_{\text{max}} \cong 0,1 \text{ mm}$ (γ) $\lambda_{\text{max}} \cong 10 \text{ mm}$
 Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση. Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

11. Το διάγραμμα δείχνει τη γραφική παράσταση κυματοσυνάρτησης ψ η οποία αντιστοιχεί σε υποατομικό σωματίδιο, σε συνάρτηση με τη θέση του. Η ελάχιστη αβεβαιότητα στην ορμή του σωματιδίου προσεγγίζεται καλύτερα από την τιμή
 α) $1,5 \times 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
 β) $7,0 \times 10^{-10} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
 γ) $1,0 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
 Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.
 Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.



12. Σε ένα πείραμα με το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, μία μονοχρωματική ακτίνα φωτός προσπίπτει σε μία μεταλλική πλάκα Α όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Παρατηρήθηκε ότι όταν η τάση ήταν $V = 5\text{V}$, με την πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα αριστερά, η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων που χτυπούσαν στην πλάκα Β ήταν 1eV . Όταν αντιστράφηκε η πολικότητα της πηγής και διπλασιάστηκε η συχνότητα των φωτονίων που προσπίπτουν στην μεταλλική πλάκα Α, παρατηρήθηκε ότι η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων που χτυπούσαν την πλάκα Β ήταν μεταξύ 5eV και 20eV . Με βάση αυτά τα δεδομένα, το έργο εξαγωγής του μετάλλου στην πλάκα Α είναι:



- (α) $\phi = 3\text{eV}$
 (β) $\phi = 1\text{eV}$
 (γ) $\phi = 5\text{eV}$
 Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.
 Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

13. Μονοχρωματική ακτινοβολία συχνότητας f_1 προσπίπτει σε μεταλλική επιφάνεια και αυτή εκπέμπει φωτοηλεκτρόνια μέγιστης κινητικής ενέργειας K_1 . Αν στην ίδια επιφάνεια προσπέσει μονοχρωματική ακτινοβολία συχνότητας f_2 , αυτή εκπέμπει φωτοηλεκτρόνια μέγιστης

κινητικής ενέργειας K_2 . Το έργο εξαγωγής της μεταλλικής επιφάνειας ϕ είναι

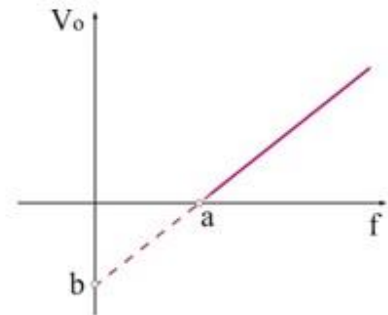
$$\alpha. \quad \phi = \frac{K_2 f_1 - K_1 f_2}{f_2 - f_1} \quad \beta. \quad \phi = \frac{K_2 f_2 - K_1 f_1}{f_2 - f_1} \quad \gamma. \quad \phi = \frac{K_2 f_1 + K_1 f_2}{f_2 - f_1}$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

14. Σε ένα πείραμα φωτοηλεκτρικού φαινομένου, το δυναμικό αποκοπής των φωτοηλεκτρονίων σε συνάρτηση με τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα του σχήματος. Αν με e συμβολίζεται η απόλυτη τιμή του φορτίου του ηλεκτρονίου, τότε από τα δεδομένα του σχήματος προκύπτει ότι η σταθερά του Planck είναι ίση με:

$$\alpha. \quad h = \frac{|b|}{a \cdot e} \quad \beta. \quad h = \frac{a \cdot e}{|b|} \quad \gamma. \quad h = \frac{|b| \cdot e}{a}$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



15. Σε μια απόλυτα ανακλαστική μεταλλική επιφάνεια προσπίπτει κάθετα μονοχρωματική ακτινοβολία μήκους κύματος λ . Αν στην επιφάνεια αυτή προσπίπτουν n φωτόνια/sec ($n=N/t$), το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκούν τα φωτόνια της δέσμης στην επιφάνεια είναι

$$\alpha. \quad F = \frac{2n \cdot h}{\lambda} \quad \beta. \quad F = \frac{n \cdot h}{\lambda} \quad \gamma. \quad F = \frac{2n \cdot \lambda}{h}$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

16. Όταν η φωτεινή ακτινοβολία που προσπίπτει στη διάταξη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου έχει μήκος κύματος λ_0 , τα ηλεκτρόνια που εξαγονται από τη μεταλλική επιφάνεια βγαίνουν χωρίς κινητική ενέργεια. Για να εξέρχονται με κινητική ενέργεια διπλάσια από το έργο εξαγωγής ϕ του μετάλλου πρέπει το μήκος κύματος λ της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, να γίνει:

$$\alpha. \quad \lambda = \lambda_0/2. \quad \beta. \quad \lambda = \lambda_0/3. \quad \gamma. \quad \lambda = \lambda_0/4.$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

17. Στη διάταξη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου η τάση ενίσχυσης V του φωτορεύματος έχει τέτοια τιμή, ώστε να διπλασιάζει την ταχύτητα των ηλεκτρονίων κατά την κίνησή τους από την κάθοδο μέχρι την άνοδο. Αν h η σταθερά του Planck, e η απόλυτη τιμή του φορτίου του ηλεκτρονίου, f η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας και f_0 η συχνότητα κατωφλίου, τότε η τάση V ισούται με:

$$\alpha. \quad V = \frac{3h}{e} f \quad \beta. \quad V = \frac{3h}{e} f_0 \quad \gamma. \quad V = \frac{3h}{e} (f - f_0)$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

18. Όταν στην κάθοδο ενός κυκλώματος φωτοηλεκτρικού φαινομένου προσπίπτουν φωτόνια με συχνότητα, f , διπλάσια της συχνότητας κατωφλίου, f_0 , τότε η τάση αποκοπής είναι V_0 . Αν υποδιπλασιαστεί το μήκος κύματος των φωτονίων που προσπίπτουν στην κάθοδο, τότε η τάση αποκοπής V_0' είναι:

$$\alpha. \quad 2V_0. \quad \beta. \quad 3V_0. \quad \gamma. \quad 4V_0.$$

19. Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας ακτίνας συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\phi)$ με την ποσότητα $\frac{h}{mc}$ να ονομάζεται μήκος κύματος Compton και να συμβολίζεται με λ_c . Σε ένα πείραμα σκέδασης φωτονίων σε πρακτικώς ακίνητα ηλεκτρόνια, τα φωτόνια της προσπίπτουσας ακτινοβολίας έχουν μήκος κύματος τετραπλάσιο από το μήκος κύματος Compton, δηλαδή με $\lambda = 4\lambda_c = \frac{4h}{mc}$.

Η μέγιστη δυνατή κινητική ενέργεια των ανακρουόμενων ηλεκτρονίων είναι:

$$\alpha. \frac{1}{2}mc^2 \quad \beta. \frac{1}{12}mc^2 \quad \gamma. \frac{1}{4}mc^2$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

20. Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας ακτίνας συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$. Για προσπίπτοντα φωτόνια σταθερής συχνότητας, όταν αυξάνεται η γωνία σκέδασης φ ($0 < \varphi \leq \pi$), τότε διαφορά ενέργειας μεταξύ προσπίπτοντος και σκεδαζόμενου φωτονίου, $E - E'$,
- α. αυξάνεται β. μειώνεται γ. παραμένει η ίδια.
- Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

21. Για την παραγωγή ακτίνων Χ, ηλεκτρόνια με μάζας m_e και φορτίο κατ' απόλυτη τιμή q_e επιταχύνονται από ισχυρή διαφορά δυναμικού και προσπίπτουν σε μεταλλική επιφάνεια. Αν τα ηλεκτρόνια ελάχιστα πριν την πρόσπτωση στο μέταλλο έχουν μήκος κύματος de Broglie, λ , τότε η διαφορά δυναμικού, V , που τα επιτάχυνε είναι ίση με:

$$\alpha. V = \frac{h^2}{2\lambda^2 q_e m_e} \quad \beta. V = \frac{h^2}{\lambda^2 q_e m_e} \quad \gamma. V = \frac{h^2 q_e m_e}{2\lambda^2}$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

22. Δεχόμαστε ότι σε κάθε δεσμευμένο ηλεκτρόνιο στο άτομο, κατά το πρότυπο του Bohr, αντιστοιχεί ένα στάσιμο κύμα, του οποίου τα δύο άκρα συμπίπτουν. Το μήκος κύματος λ , του στάσιμου που μπορεί να αποκατασταθεί και η ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς του ηλεκτρονίου συνδέονται με τη σχέση:

$$\alpha. n\lambda = 2\pi r \quad \beta. n\lambda = 4\pi r \quad \gamma. n\lambda = \pi r$$

όπου n ακέραιος αριθμός.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την πρότασή σας.

23. Δεχόμαστε ότι στο πρότυπο του Bohr, σε κάθε δεσμευμένο ηλεκτρόνιο που κινείται σε μια ενεργειακή στάθμη, αντιστοιχεί ένα στάσιμο κύμα, του οποίου το μήκος κύματος λ και η ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς συνδέονται με τη σχέση $n\lambda = 2\pi r$. Αν η παραπάνω υπόθεση είναι σωστή, τότε η στροφορμή που μπορεί να έχει το συγκεκριμένο ηλεκτρόνιο είναι ίση με:

$$\alpha. L = n \frac{h}{2\pi} \quad \beta. L = n \frac{h}{4\pi} \quad \gamma. L = n \frac{h}{\pi}$$

όπου n ακέραιος αριθμός.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την πρότασή σας.

Ασκήσεις

24. Πριν την εισαγωγή της κβαντικής θεωρίας, ένα από τα χαρακτηριστικά του φωτοηλεκτρικού φαινομένου που ήταν αδύνατο να εξηγηθεί ήταν το ελάχιστο χρονικό διάστημα ανάμεσα στην έναρξη φωτισμού του μετάλλου και στην εκπομπή των πρώτων φωτοηλεκτρονίων.

Έστω μεταλλική επιφάνεια που έχει εμβαδόν $40,0 \text{ cm}^2$, είναι φτιαγμένη από χαλκό, και φωτίζεται από λάμπα, ώστε στην επιφάνεια να προσπίπτει φως έντασης $0,280 \text{ W/m}^2$. Ο χαλκός έχει έργο εξαγωγής $7,52 \times 10^{-19} \text{ J}$, ενώ στην επιφάνειά του υπάρχουν ελεύθερα ηλεκτρόνια κατά μέσο όρο σε απόσταση $2,30 \times 10^{-10} \text{ m}$ το ένα από το άλλο.

Θα εκτιμήσουμε πρώτα τον χρόνο που θα χρειαζόταν για να ξεκινήσει η εκπομπή φωτοηλεκτρονίων από την επιφάνεια του μετάλλου, αν ίσχυε η κλασική ηλεκτρομαγνητική θεωρία.

4.1. Να υπολογίσετε τη συνολική ισχύ που πέφτει στη μεταλλική επιφάνεια.

4.2. Να υπολογίσετε την ισχύ του προσπίπτοντος φωτός που αντιστοιχεί κατά μέσο όρο σε κάθε ελεύθερο ηλεκτρόνιο της επιφάνειας.

4.3. Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των προηγούμενων ερωτημάτων, να υπολογίσετε τον μέσο χρόνο που θα χρειαζόταν ένα ηλεκτρόνιο για να εκπεμφθεί από τη μεταλλική επιφάνεια, αν ίσχυε η κυματική θεωρία.

Στην πραγματικότητα, η εκπομπή των φωτοηλεκτρονίων αρχίζει σχεδόν ακαριαία με την πρόσπτωση του φωτός στη χάλκινη επιφάνεια, αρκεί η συχνότητα του φωτός να είναι πάνω από μία συγκεκριμένη τιμή. Αυτό σημαίνει πως η πρόβλεψη του προηγούμενου ερωτήματος δεν ισχύει.

4.4. Εξηγήστε με ποιον τρόπο η σωματιδιακή θεωρία αιτιολογεί τη σχεδόν ακαριαία εκπομπή φωτοηλεκτρονίων.

[4.1. $1,12 \times 10^{-3} \text{W}$, 4.2. $1,48 \times 10^{-20} \text{W}$, 4.3. 50,8s]

25. Το 1916 ο Αμερικανός φυσικός Millikan ανακοίνωσε φωτοηλεκτρικά δεδομένα μετρήσεων μέσω των οποίων προσδιόρισε τη σταθερά του Planck με σφάλμα της τάξεως του 0,5%. Τα ακόλουθα δεδομένα μετρήθηκαν για τη φωτοεκπομπή ενός υλικού.

λ (nm)	404,7	365,0	312,5	253,5
V_0 (V)	0,73	1,09	1,67	2,57

4.1. Να προσδιορίσετε τη συχνότητα που αντιστοιχίζεται σε μήκος κύματος 253,5nm.

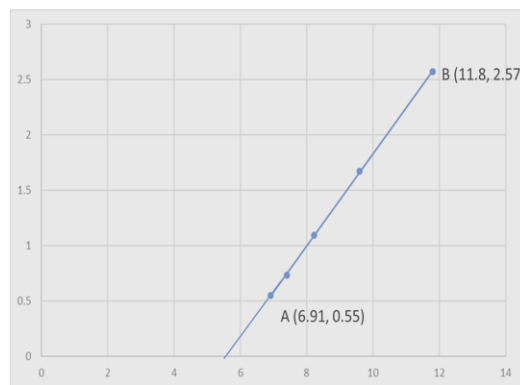
4.2. Να προσδιορίσετε την ενέργεια του φωτονίου σε eV, που αντιστοιχίζεται σε μήκος κύματος 253,5nm.

4.3. Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση $K_{max} = hf - \phi$, να προσδιορίσετε τη σχέση της τάσης αποκοπής V_0 , συναρτήσε της συχνότητας f .

4.4. Το διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζει την τάση αποκοπής V_0 , συναρτήσε της συχνότητας f .

Από την κλίση του διαγράμματος να προσδιορίσετε τη σταθερά του Planck.

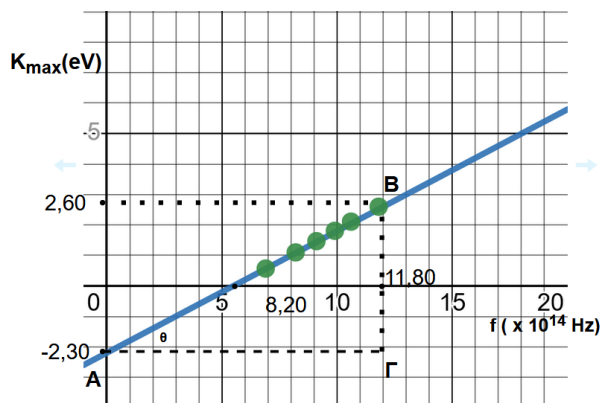
V_0 (V)



$f(10^{14} \text{Hz})$

[4.1. $11,8 \cdot 10^{14} \text{Hz}$, 4.2. 4,9eV, 4.4. $6,61 \cdot 10^{-34} \text{Js}$]

26. Σε ένα πείραμα φωτοηλεκτρικού φαινομένου χρησιμοποιήθηκε ως υλικό καθόδου μια επιφάνεια καθαρού νατρίου. Υπολογίσαμε την τιμή της μέγιστης κινητικής ενέργειας K_{max} των εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων. Αυτή μετρήθηκε για ένα αριθμό διαφορετικών συχνοτήτων f της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Τα ζεύγη τιμών που προέκυψαν απεικονίζονται ως πειραματικά σημεία όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση της μέγιστης κινητικής ενέργειας K_{max} σε συνάρτηση της συχνότητας f της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, η οποία είναι ευθεία γραμμή.



Με τη βοήθεια του γραφήματος, που είναι το παρακάτω, να υπολογίσετε:

4.1. την τιμή της σταθεράς του Planck h ,

4.2. το έργο εξαγωγής Φ του νατρίου,

4.3. τη συχνότητα κατωφλίου f_0 του νατρίου και

4.4. το μήκος κύματος λ_0 που αντιστοιχεί στην συχνότητα κατωφλίου f_0 .

Για τις τιμές των φυσικών σταθερών να συμβουλευτείτε το τυπολόγιο που σας δόθηκε μαζί με τις εκφωνήσεις.

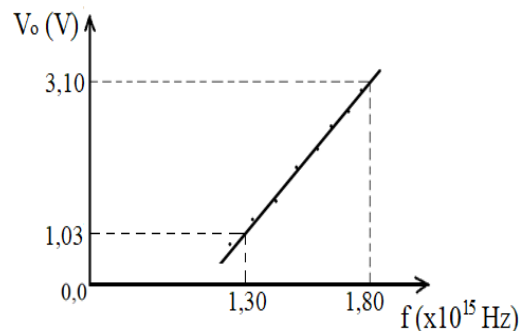
[4.1. $6,6 \cdot 10^{-34} \text{Js}$, 4.2. 2,3eV, 4.3. $5,5 \cdot 10^{14} \text{Hz}$, 4.4. 545nm]

27. Δέσμη φωτονίων μήκους κύματος 0,02nm υφίστανται σκέδαση Compton. Να υπολογίσετε των ενέργεια και την ορμή των φωτονίων που ανιχνεύονται σε γωνία σκέδασης 45° .

[$9,6 \cdot 10^{-15} \text{J}$, $3,2 \cdot 10^{-23} \text{Kgms}^{-1}$]

28. Φωτόνιο μήκους κύματος $0,3\text{nm}$ υφίστανται σκέδαση Compton με ακίνητο ηλεκτρόνιο και αποκλίνει κατά 120° . Να υπολογίσετε:
α) το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου
β) Την κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου μετά τη σκέδαση.
[α) $30,36 \cdot 10^{-11}\text{m}$, β) $7,86 \cdot 10^{-18}\text{J}$]
29. Φωτόνιο με μήκος κύματος ίσο με το μήκος κύματος Compton του ηλεκτρονίου υφίστανται σκέδαση Compton με ακίνητο ηλεκτρόνιο και αποκλίνει κατά 90° . Να υπολογίσετε:
α) το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου
β) Την ορμή του ηλεκτρονίου μετά τη σκέδαση.
[α) $1,456 \cdot 10^{-11}\text{m}$, β) $3,05 \cdot 10^{-22}\text{Kgms}^{-1}$]
30. Το έργο εξαγωγής για το Li είναι $2,3\text{eV}$. Να υπολογίσετε την τάση αποκοπής όταν η κάθοδος είναι από Li και η προσπίπτουσα ακτινοβολία έχει συχνότητα $1,5 \cdot 10^{15}\text{Hz}$.
[3,91V]
31. Για να μηδενιστεί το φωτοηλεκτρικό ρεύμα ενός φωτοκύτταρου πρέπει να εφαρμόσουμε ανάστροφη τάση $0,6\text{V}$ όταν το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι 800nm . Να υπολογίσετε το έργο εξαγωγής των ηλεκτρονίων από το υλικό της φωτοκαθόδου.
[0,953eV]
32. Όταν το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι 500nm σε επιφάνεια Cs η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων είναι $0,57\text{eV}$. Να υπολογίσετε:
α) το έργο εξαγωγής των ηλεκτρονίων από το υλικό της φωτοκαθόδου.
β) την τάση αποκοπής όταν η προσπίπτουσα ακτινοβολία έχει μήκος κύματος 600nm .
[α) $1,916\text{eV}$, β) $0,155\text{V}$]
33. Όταν το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι 400nm σε επιφάνεια μετάλλου η τάση αποκοπής είναι $0,5\text{V}$. Να υπολογίσετε:
α) τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων.
β) το έργο εξαγωγής των ηλεκτρονίων από το υλικό της φωτοκαθόδου.
γ) το οριακό μήκος κύματος
[α) $0,5\text{eV}$, β) $2,61\text{eV}$, γ) 476nm]

34. Κατά τη διάρκεια ενός πειράματος μελέτης του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, πήραμε τη γραφική παράσταση της τάσης αποκοπής V_0 σε συνάρτηση με τη συχνότητα της ακτινοβολίας f που προσπίπτει στην κάθοδο, όπως φαίνεται στο διάγραμμα.



4.1. Από τη μελέτη του διαγράμματος να γράψετε την εξίσωση της τάσης αποκοπής V_0 σε συνάρτηση με τη συχνότητα της ακτινοβολίας f . Ακολουθώντας, να αποδείξετε ότι η τιμή της σταθεράς του Planck είναι $h = 6,62 \cdot 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s}$.

4.2. Να υπολογίσετε το έργο εξαγωγής του μετάλλου της επιστρώσεως της επιφάνειας της καθόδου και τη συχνότητα κατωφλίου.

Δέσμη φωτονίων μονοχρωματικής ακτινοβολίας μήκους κύματος λ , προσπίπτει σε στόχο από γραφίτη και σκεδάζεται. Ανιχνεύοντας τα φωτόνια που σκεδάζονται υπό γωνία $\varphi = 120^\circ$ σε σχέση με την αρχική κατεύθυνση κίνησης της δέσμης, διαπιστώνουμε ότι το μήκος κύματός τους έχει μεταβληθεί κατά 20%.

Να υπολογίσετε:

4.3. το μήκος κύματος λ της προσπίπτουσας δέσμης φωτονίων.

4.4. την κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου.

Δίνονται: η ταχύτητα διάδοσης του φωτός $c = 3 \cdot 10^8\text{m/s}$, η μάζα του ηλεκτρονίου $m_e = 9 \cdot 10^{-31}\text{Kg}$, το ηλεκτρικό φορτίο του ηλεκτρονίου $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$. $\sin 120^\circ = \frac{1}{2}$.

Τα αριθμητικά αποτελέσματα της άσκησης να υπολογιστούν με προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων.

35. Κατά τη διάρκεια διεξαγωγής πειράματος το δέρμα των επιστημόνων εκτίθεται σε ανεπιθύμητη υπεριώδη ακτινοβολία συνολικής ενέργειας 200 J. Για να μην υποστεί το δέρμα τους έγκαυμα πρέπει η απορροφούμενη από αυτό ενέργεια να μην υπερβαίνει το 21% της συνολικής ενέργειας της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Το μήκος κύματος της ανεπιθύμητης προσπίπτουσας υπεριώδους ακτινοβολίας είναι 6,63 nm. Τότε:
- 4.1. Να υπολογίσετε τον μέγιστο αριθμό των φωτονίων n που μπορεί να απορροφήσει η επιφάνεια για να αποφύγουμε το έγκαυμα.
Στη συνέχεια αν ο ρυθμός απορρόφησης της ενέργειας από την επιφάνεια του δέρματος θεωρηθεί σταθερός και απορροφηθούν $N = 10^3$ φωτόνια σε χρονικό διάστημα $\Delta t_1 = 10^{-12}$ s,
- 4.2. να υπολογίσετε την ισχύ της απορροφούμενης ακτινοβολίας και την ολική απορροφούμενη ενέργεια σε χρονικό διάστημα $\Delta t_2 = 2$ min.
- 4.3. Για ποιο χρονικό διάστημα πρέπει να είμαστε εκτεθειμένοι στην ακτινοβολία αυτή για να μην προκληθεί ο παραπάνω τραυματισμός (έγκαυμα);
- 4.4. Εάν η απορρόφηση της ακτινοβολίας, μπορεί να προκαλέσει αύξηση της θερμοκρασίας του δέρματος κατά 2 °C ανά 4 J να βρεθεί η αύξηση της θερμοκρασίας του όταν προσληφθεί ο μέγιστος αριθμός φωτονίων.

$$[14 \cdot 10^{17} \text{ φωτόνια } 3,6\text{J } 1400\text{s } 21^\circ\text{C}]$$

36. Μια μεταλλική επιφάνεια φωτίζεται με φως μήκους κύματος $\lambda_1 = 331,5$ nm και εκπέμπει φωτοηλεκτρόνια για τα οποία η τάση αποκοπής είναι $V_1 = 0,75$ eV.
Δίνονται: η σταθερά του Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js, η ταχύτητα του φωτός $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, η μάζα του ηλεκτρονίου $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ Kg και $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$.
- 4.1. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια με την οποία εγκαταλείπουν το μέταλλο τα φωτοηλεκτρόνια και το έργο εξαγωγής του μετάλλου.
- 4.2. Να υπολογίσετε τη συχνότητα κατωφλίου f_0 . Αν πέσει στη μεταλλική επιφάνεια φως μήκους κύματος $\lambda_2 = 600$ nm θα εξέλθουν φωτοηλεκτρόνια από το μέταλλο;
Ακτίνες X με μήκος κύματος $\lambda = \frac{\lambda_2}{3 \cdot 10^3}$ σκεδάζονται από τα ηλεκτρόνια ενός στόχου από άνθρακα.
- 4.3. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος των φωτονίων που σκεδάζονται κατά γωνία $\varphi = 60^\circ$ σε σχέση με την αρχική τους διεύθυνση.
- 4.4. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια, το μέτρο της ορμής και το μήκος κύματος de Broglie του ηλεκτρονίου μετά τη σκέδαση. Να μην λάβετε υπόψη σχετικιστικά φαινόμενα.

$$[0,75\text{eV}, 3\text{eV}, 7,24 \cdot 10^{14}\text{Hz}, \text{όχι}, 2 \cdot 10^{-10}\text{m}, 5,9 \cdot 10^{-18}\text{J}]$$

37. Μια μονοχρωματική ακτινοβολία με μήκος κύματος $\lambda = 450$ nm και ισχύ P προσπίπτει στο υλικό της καθόδου ενός φωτοκυττάρου. Όταν η τάση μεταξύ ανόδου και καθόδου στο φωτοκύτταρο παίρνει μεγάλη τιμή η ένταση του ρεύματος είναι 2mA, ενώ το ρεύμα μηδενίζεται για αρνητική τάση $V_0 = -0,75$ V.
- α. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με την τάση στο φωτοκύτταρο, $i=f(V)$. Στο διάγραμμα να δείχνονται οι χαρακτηριστικές τιμές που δίνονται στην εκφώνηση.
- β. Να υπολογίσετε το έργο εξαγωγής του υλικού, σε eV, καθώς και τη μέγιστη κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων, σε eV, που εκπέμπει η φωτοκάθοδος.
- γ. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της τάσης αποκοπής σε συνάρτηση με τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων. Στο διάγραμμα να δείχνονται οι χαρακτηριστικές τιμές.
- δ. Όταν η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι 2mA να βρείτε:
τον αριθμό των φωτονίων που προσπίπτουν στην κάθοδο σε κάθε δευτερόλεπτο καθώς και την ισχύ της προσπίπτουσας φωτεινής ακτινοβολίας.
Δίνονται: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ Kg, $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ J.
Τα ζητούμενα μεγέθη σε eV να δοθούν με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων και οι συχνότητες σε δυνάμεις του 10^{15} με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.

$$[0,75\text{eV}, 1,25 \cdot 10^{16}, 5,53\text{mW}]$$

38. Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας δέσμης συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$, η ποσότητα $\frac{h}{mc}$ ονομάζεται μήκος κύματος Compton και συμβολίζεται με λ_c . Ένα φωτόνιο ενέργειας $E_\varphi = 112,5 \text{ keV}$ προσπίπτει σε ακίνητο ηλεκτρόνιο και σκεδάζεται με τέτοιο τρόπο ώστε μετά τη σκέδαση να έχει το μέγιστο δυνατό μήκος κύματος.
- Να βρείτε τη μεταβολή του μήκους κύματος μεταξύ του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου φωτονίου (μετατόπιση Compton).
 - Να βρείτε τα μήκη κύματος του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου φωτονίου.
 - Να βρείτε το μέτρο της ορμής του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου.
 - Να βρείτε το μήκος κύματος de Broglie που αντιστοιχεί στο ανακρουόμενο ηλεκτρόνιο.
- Δίνονται: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$, $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.
- [$4,8 \cdot 10^{-12} \text{ m}$, $15,8 \cdot 10^{-12} \text{ m}$, 10^{-22} Kg m/s , $6,6 \cdot 10^{-12} \text{ m}$]
39. Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας ακτίνας συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$, η ποσότητα $\frac{h}{mc}$ ονομάζεται μήκος κύματος Compton και συμβολίζεται με λ_c . Φωτόνια μήκους κύματος $\lambda_\varphi = \lambda_c$ προσπίπτουν σε στόχο άνθρακα και προσκρούοντας στα πρακτικώς ακίνητα ηλεκτρόνια του σκεδάζονται με γωνία φ , αποκτώντας το μέγιστο δυνατό μήκος κύματος.
- Να βρείτε τη γωνία σκέδασης των φωτονίων.
 - Να βρείτε την ενέργεια των σκεδαζόμενων φωτονίων.
 - Να βρείτε το μέτρο της ορμής των ανακρουόμενων ηλεκτρονίων μετά τη σκέδαση.
 - Να βρείτε ποιο ποσοστό της ορμής του προσπίπτοντος φωτονίου έχει το ανακρουόμενο ηλεκτρόνιο.
- Δίνονται: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$.
- [180° , $2,75 \cdot 10^{-14} \text{ J}$, $11/3 \cdot 10^{-22} \text{ Kg m/s}$, $400/3\%$]
40. Σε ένα φωτοηλεκτρικό πείραμα, στο υλικό της καθόδου του φωτοκυττάρου προσπίπτει μονοχρωματικό φως με μήκος κύματος $\lambda = 600 \text{ nm}$, το οποίο εκπέμπεται από μια λυχνία ατμών νατρίου με ισχύ φωτεινής ακτινοβολίας ίση με 1 W .
- Να υπολογίσετε το πλήθος των φωτονίων της ακτινοβολίας τα οποία προσπίπτουν κάθε δευτερόλεπτο στην κάθοδο.
 - Να υπολογίσετε τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων σε eV , εάν η τάση αποκοπής είναι $1,8 \text{ V}$.
 - Να υπολογίσετε το έργο εξαγωγής σε eV καθώς και τη συχνότητα κατωφλίου για το υλικό της καθόδου.
 - Να δικαιολογήσετε γιατί το φωτοηλεκτρικό ρεύμα παίρνει μια οριακή τιμή (μέγιστη), όταν η τάση V μεταξύ ανόδου και καθόδου γίνει πολύ μεγάλη και να υπολογίσετε αυτή την οριακή τιμή του ρεύματος.
- Δίνονται: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.
- [$3 \cdot 10^{18}$, $1,8 \text{ eV}$, $0,27 \text{ eV}$, $7 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$, 480 mA]