

ΘΕΜΑ Α

A1. → δ

A5. Σ, Σ, Σ, Σ, Λ

A2. → δ

A3. → α

A4. → α

ΘΕΜΑ Β

B1.

Σωστή επιλογή είναι η (γ).

Από την καμπύλη συντονισμού (διάγραμμα πλάτους – συχνότητα του διεγέρτη) παρατηρούμε τα εξής:

$$f_{oA} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_A}} = 4f_1, \quad (1)$$

$$f_{oB} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_B}} = 3f_1, \quad (2)$$

Διαιρώντας τις (1), (2) κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{f_{oA}}{f_{oB}} = \sqrt{\frac{m_B}{m_A}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{16}{9} \Rightarrow m_B = \frac{16}{9} m_A$$

Με τα δύο σώματα τοποθετημένα στον δίσκο, η καμπύλη συντονισμού παρουσιάζει μέγιστο στη συχνότητα

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_A + m_B}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_A + \frac{16}{9} m_A}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\frac{25}{9} m_A}} \Rightarrow f_o = \frac{3}{5} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_A}} = \frac{3}{5} f_{oA} \Rightarrow f_o = 0,6 f_{oA}$$

Άρα, το ζητούμενο ποσοστό μεταβολής είναι:

$$\Pi\% = \frac{f_o - f_{oA}}{f_{oA}} 100\% = \frac{0,6 f_{oA} - f_{oA}}{f_{oA}} 100\% \Rightarrow \Pi\% = -40\%$$

B2.

Σωστή απάντηση είναι η (β).

Όταν ο διακόπτης δ κλείνει, στα άκρα του πηνίου αναπτύσσεται $E_{\text{ΑΥΤ}}$ τέτοιας πολικότητας, ώστε αυτό να αντιδρά στην αύξηση της τιμής της έντασης του ρεύματος, η οποία ξεκινώντας από την τιμή $i=0$ σταδιακά αυξάνεται για να πάρει τη μέγιστη τιμή της

$$I = \frac{E}{R}$$

Ο 2ος κανόνας Kirchhoff κατά τη διάρκεια του φαινομένου γράφεται

$$E - |E_{AYT}| - iR = 0 \implies |E_{AYT}| = E - iR \quad (1)$$

Η σχέση (1) ως προς i είναι μια εξίσωση πρώτου βαθμού με αρνητική κλίση. Επομένως η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή ξεκινώντας από μια μέγιστη τιμή μειώνεται καθώς η ένταση i αυξάνεται.

Η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο είναι ανάλογη του τετραγώνου της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, $U = \frac{1}{2}L \cdot i^2$ οπότε κατά τη διάρκεια του φαινομένου, αυξάνεται και αυτή.

B3.

Σωστή επιλογή είναι η (α).

Στην κεντρική πλαστική κρούση το δημιουργούμενο συσσωμάτωμα παραμένει ακίνητο. Άρα, τα σφαιρίδια πριν την κρούση έχουν αντίθετες ορμές, $\vec{P}_2 = -\vec{P}_1$ και όλη η μηχανική ενέργεια χάνεται μετατρέπόμενη σε θερμότητα.

$$\vec{p}_2 = -\vec{p}_1 \quad \text{ή} \quad m_2 v_2 = m_1 v_1 \xrightarrow{m_1=2m_2} v_2 = 2v_1$$

$$E_1 = Q_1 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \implies E_1 = \frac{1}{2}2m_2 \left(\frac{v_2}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \implies E_1 = \frac{3}{4}m_2 v_2^2$$

Στην πλάγια κρούση οι αρχικές ορμές των σωμάτων είναι σε κάθετες διευθύνσεις και η ορμή του συσσωματώματος, από την ΑΔΟ, είναι:

$$\vec{P}_\Sigma = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

Από το πυθαγόρειο θεώρημα, έχουμε:

$$\left((m_1 + m_2)V_\kappa\right)^2 = \left(2m_2 \frac{v_2}{2}\right)^2 + (m_2 v_2)^2 \implies$$

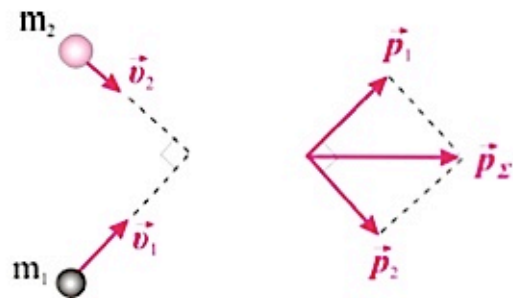
$$V_\kappa^2 = \frac{(m_2 v_2)^2 + (m_2 v_2)^2}{(3m_2)^2} \implies V_\kappa^2 = \frac{2}{9}v_2^2$$

Οπότε η απώλεια μηχανικής ενέργειας στη δεύτερη περίπτωση είναι:

$$E_2 = Q_2 = K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}} = E_1 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_\kappa^2 \implies E_2 = \frac{3}{4}m_2 v_2^2 - \frac{1}{2}3m_2 \cdot \frac{2}{9}v_2^2 \implies E_2 = \frac{15}{36}m_2 v_2^2$$

Άρα, ο ζητούμενος λόγος των απωλειών είναι:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{15}{36}m_2 v_2^2}{\frac{3}{4}m_2 v_2^2} \implies \frac{E_2}{E_1} = \frac{5}{9}$$



B4.

Από τον νόμο του Wien εύκολα βρίσκουμε ότι η σωστή απάντηση είναι η (γ).

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{σταθερό}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Υπολογίζουμε πότε το κύμα θα φθάσει στο σημείο x_k :

$$v = \frac{x_k}{t} \implies t = \frac{x_k}{v} \implies t = \frac{2}{0,2} = 10 \text{ sec}$$

Αφού το σημείο x_k ξεκινά την ταλάντωση του την στιγμή 10 sec και την χρονική στιγμή 10,5 sec βρίσκεται για πρώτη φορά στην μέγιστη απομάκρυνση, σημαίνει ότι, η διαφορά των δύο χρονικών στιγμών δηλ τα 0,5 sec είναι το τέταρτο της περιόδου T . Άρα $T = 2 \text{ sec}$. Γνωρίζοντας τώρα το v και το T βρίσκω το $\lambda = 0,4 \text{ m}$.

Το ω του κύματος και της ταλάντωσης κάθε σημείου του ελαστικού μέσου θα είναι:

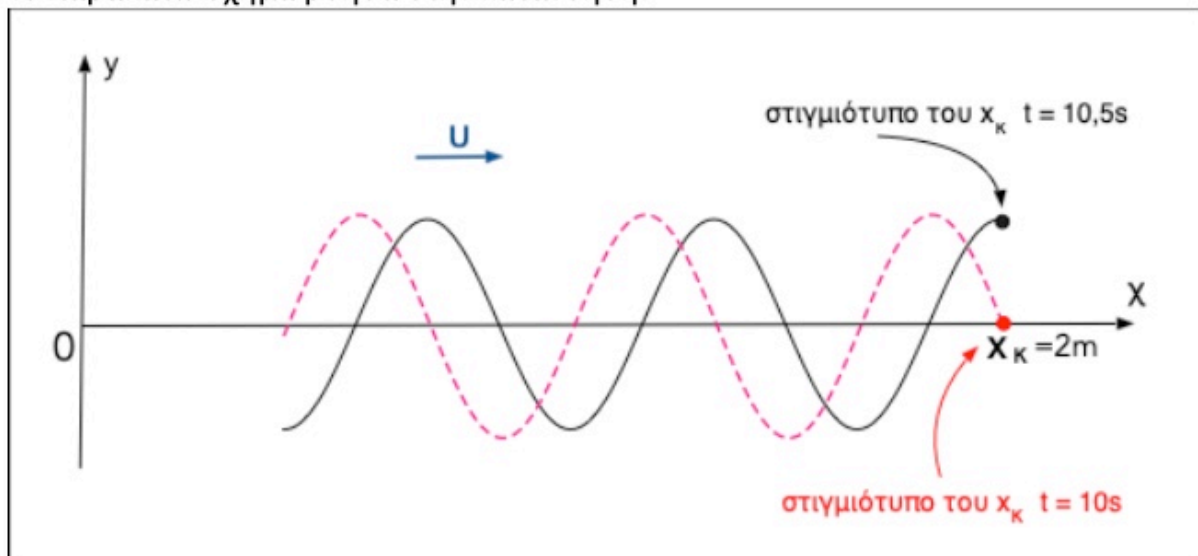
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \implies \omega = \frac{2\pi}{2} \implies \omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

Ακόμη αφού οι ακραίες θέσεις απέχουν $d = 8 \text{ cm}$, το πλάτος A θα είναι: $A = 4 \text{ cm}$

Άρα η εξίσωση του εν λόγω κύματος θα είναι:

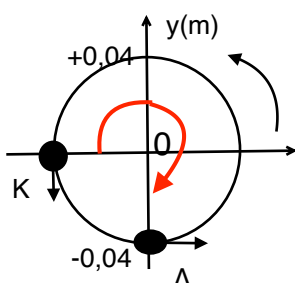
$$y = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad \text{δηλαδή} \quad y = 0,04 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{2} - \frac{x}{0,4} \right)$$

Το παρακάτω σχήμα βοηθά στην κατανόηση:



Γ2.

Για τα σημεία Κ και Λ, η φάση στο Λ θα υπολείπετε της φάσης στο Κ κατά $3\pi/2$, γιατί απέχουν 0,3m. Αν απείχαν $\lambda=0,4\text{m}$ η φάση στο Λ θα υπολείπετο 2π . Τώρα που απέχουν 0,3m με την μέθοδο των τριών βρίσκουμε ότι η φάση του Λ υπολείπεται κατά $3\pi/2$ της φάσης του Κ. Το Κ βρίσκεται σε φάση περιττές φορές το π . Η περιστροφή είναι αντίθετη των δεικτών του ρολογιού.

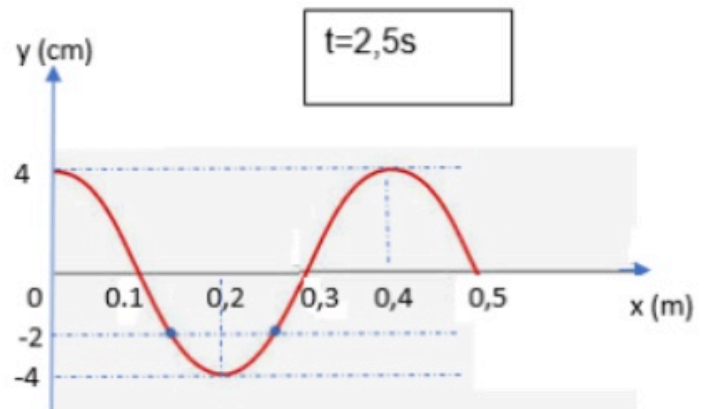


Αν το σημείο Λ έχει ταλαντώνεται για χρόνο $>T$ σημαίνει στον κύκλο των φάσεων έκανε πάνω από μια περιστροφές. Το Κ βρίσκεται στο $y = 0$ κινούμενο στα αρνητικά όπως φαίνεται στο σχήμα έχοντας φάση μεγαλύτερη του Λ κατά $3\pi/2$. Κινούμενοι προς τα πίσω κατά $3\pi/2$ βρίσκουμε την φάση του Λ, το οποίο είναι στην μέγιστη απομάκρυνση προς τα κάτω(αρνητική) ξεκινώντας την προς την θετική κατεύθυνση κίνηση του.

Γ3 Το στιγμιότυπο του σχήματος τη χρονική στιγμή $t=2,5$ s φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα

$$x_{\max} = v \cdot t = 2 \cdot 2,5 = 5m$$

$$\frac{\lambda}{4} = 0,1m$$



Από το στιγμιότυπο παρατηρούμε ότι αυτή τη χρονική στιγμή απομάκρυνση $y=-2$ cm **έχουν 2 σημεία.**

Γ4

$$y_{\kappa} = A \eta \mu \varphi_{\kappa}$$

$$\alpha_{\kappa} = -\alpha_{\max} \eta \mu \varphi_{\kappa} = -\omega^2 A \eta \mu \varphi_{\kappa} \Rightarrow \alpha_{\kappa} = -\omega^2 y \quad (1)$$

Αντικαθιστώντας στην (1) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ r/s}$ έχουμε:

$$\alpha_{\kappa} = -\omega^2 y \Rightarrow \alpha_{\kappa} = -2 \cdot 10^{-2} \cdot \pi^2 \text{ m/s}^2$$

Γ5

$$\frac{dP}{dt} = \Sigma F = m\alpha = -m \cdot \omega^2 \cdot y$$

$$\left| \frac{dP}{dt} \right|_{\max} = m \cdot \omega^2 \cdot A = 10^{-5} \cdot \pi^2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \left| \frac{dP}{dt} \right|_{\max} = 4 \cdot \pi^2 10^{-7} \text{ N}$$

ΘΕΜΑ Δ

4.1. Όταν ο διακόπτης δ_2 είναι ανοιχτός και ο διακόπτης δ_1 κλειστός μόνο ο βρόχος ΚΛΘΖΚ διαρρέεται από ρεύμα. Ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους του \vec{w} και της δύναμης Laplace, \vec{F}_L , που του ασκεί το μαγνητικό πεδίο.

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow F_L = w \Rightarrow BI\ell = mg \Rightarrow I = \frac{mg}{B\ell} \Rightarrow I = 1A$$

Όμως,

$$I = \frac{E}{R_1} \Rightarrow E = IR_1 \Rightarrow E = 0,5V$$

4.2. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ανοίγουμε το διακόπτη δ_1 , κλείνουμε το διακόπτη δ_2 και εκτοξεύουμε τον αγωγό ΚΛ κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 4 \frac{m}{s}$. Στον αγωγό αναπτύσσεται επαγωγική τάση με την πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα. Όταν ο αγωγός έχει ταχύτητα μέτρου v , η επαγωγική τάση στο αγωγό ΚΛ είναι ίση με

$$E_{\varepsilon\pi} = B\ell v \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = v \text{ (SI)}$$

Μόνο ο βρόχος ΚΛΓΑΚ διαρρέεται από ρεύμα που έχει ένταση

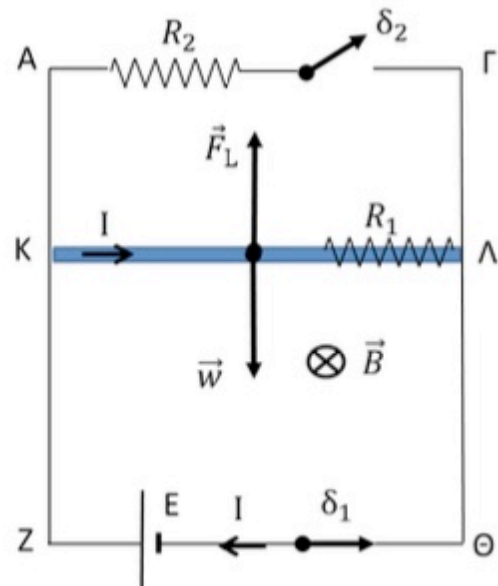
$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{v}{2} \text{ (SI)}$$

Σύμφωνα με το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής

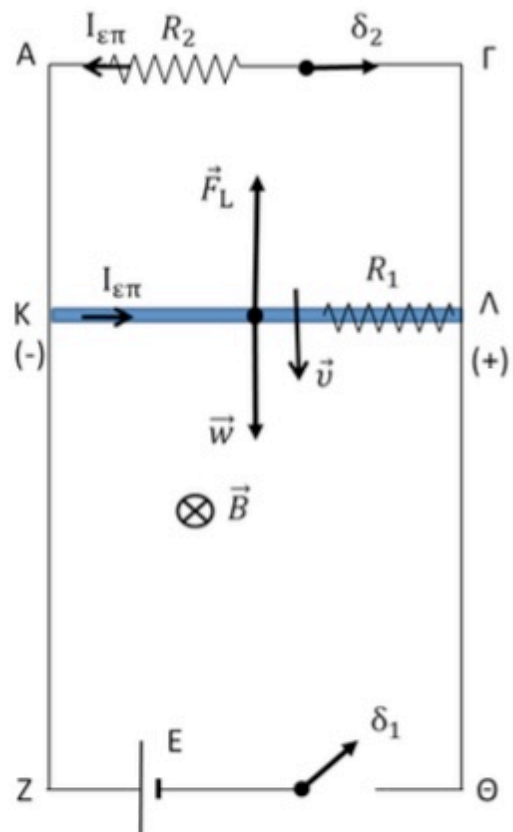
$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow w - F_L = ma \Rightarrow a = \frac{mg - BI_{\varepsilon\pi}\ell}{m} \Rightarrow a = 10 \left(1 - \frac{v}{2}\right) \text{ (SI)}$$

Για $t_0 = 0$: $a = 10 \left(1 - \frac{v_0}{2}\right) \Rightarrow a = -10 \frac{m^2}{s} < 0$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ο αγωγός ΚΛ εκτελεί μη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και αποκτά οριακή ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία $a = 0$. Επομένως,



Μονάδες 6



$$0 = 10 \left(1 - \frac{v_{op}}{2}\right) \Rightarrow v_{op} = 2 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Όταν η ταχύτητα του αγωγού ΚΛ έχει μέτρο $v = 3 \frac{m}{s}$, η συνισταμένη δύναμη που του ασκείται έχει μέτρο: $\Sigma F = ma \Rightarrow \Sigma F = 0,1 \cdot 10 \cdot \left(1 - \frac{3}{2}\right) N \Rightarrow \Sigma F = -0,5 N$

Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = -0,5 \frac{kgm/s}{s}$$

Την ίδια χρονική στιγμή το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα έχει ένταση $I_{\varepsilon\pi} = \frac{3}{2} A$

Η τάση στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι ίση με

$$V_{AK} = I_{\varepsilon\pi} \cdot R_2 \Rightarrow V_{AK} = 2,25 V$$

Μονάδες 6

4.4. Για το χρονικό διάστημα $\Delta t = 2s$ που ο αγωγός κινείται με την οριακή ταχύτητα που απέκτησε, η επαγωγική τάση στα άκρα του έχει σταθερή τιμή, $E_{\varepsilon\pi} = B \cdot \ell \cdot v_{op} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 2 V$.

Σύμφωνα με το νόμο Faraday

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow |\Delta\Phi| = E_{\varepsilon\pi} \cdot \Delta t \Rightarrow |\Delta\Phi| = 4 Wb$$

Κατά την κίνηση του αγωγού ΚΛ το εμβαδόν του βρόχου ΚΛΑΓΚ αυξάνεται, επομένως αυξάνεται και η μαγνητική ροή που τον διαπερνά, άρα: $\Delta\Phi = 4 Wb > 0$

Το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα έχει σταθερή ένταση, $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = 1 A$

Το ηλεκτρικό φορτίο, $q_{\varepsilon\pi}$, που μετακινήθηκε στο κύκλωμα είναι ίσο με

$$q_{\varepsilon\pi} = I_{\varepsilon\pi} \cdot \Delta t \Rightarrow q_{\varepsilon\pi} = 2 C$$

Η θερμότητα που εκλύθηκε στις ωμικές αντιστάσεις του κυκλώματος είναι ίση με

$$Q = I_{\varepsilon\pi}^2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot \Delta t \Rightarrow Q = 4 J$$

Μονάδες 7